beIN School	**Ordre et opérations** **3ASC** **Mathématiques**	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة

I_ Comparaison de deux nombres réels :

1/ Règle :

Soient a et b deux nombres réels.
Si $a-b\geq 0$ alors $a\geq b$
Si $a-b\leq 0$ alors $a\leq b$

C'est-à-dire :

Pour comparer deux nombres réels on étudie le signe de leur différence

*/ Remarque : Cette règle reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

2/ Exemples :

1/ Comparons les nombres $2\sqrt{3}-4$ et $\sqrt{3}-5$:

On a : $\left(2\sqrt{3}-4\right)-\left(\sqrt{3}-5\right)=2\sqrt{3}-4-\sqrt{3}+5$

$=\sqrt{3}+1$

Or : $\sqrt{3}+1\geq 0$

Donc : $\left(2\sqrt{3}-4\right)-\left(\sqrt{3}-5\right)\geq 0$

D'où : $\boxed{2\sqrt{3}-4\geq\sqrt{3}-5}$.

Maths facile
Prof: abdelmalek

2/ Comparons les nombres réels x et y tels : $x=y-3$.

On a : $x-y=(y-3)-y$

$=y-3-y$

$=-3$

Or : $-3\leq 0$

Donc : $x-y\leq 0$

D'où : $\boxed{x\leq y}$.

II_ Ordre et opérations :

1/ Ordre et addition, ordre et soustraction :

Soient a, b et k trois nombres réels.
$a\leq b$ est équivalent à $a+k\leq b+k$ et $a-k\leq b-k$
$a\geq b$ est équivalent à $a+k\geq b+k$ et $a-k\geq b-k$

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

1/ Soit x un nombre réel tel que : $x \leq 3$.

Comparons les nombres 8 et $x+5$.

On sait que : $x \leq 3$ signifie que $x+5 \leq 3+5$.

D'où : $\boxed{x+5 \leq 8}$.

2/ Soit x un nombre réel tel que : $2x-3 \geq x+2$.

Montrons que $x \geq 5$.

On sait que : $2x-3 \geq x+2$ signifie que $2x-3+3 \geq x+2+3$

$2x \geq x+5$

$2x-x \geq x-x+5$

D'où : $\boxed{x \geq 5}$.

2/ Ordre et opposé :

Soient a et b deux nombres réels.

$a \leq b$ est équivalent à $-a \geq -b$

$a \geq b$ est équivalent à $-a \leq -b$

bem_school

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

$12 \geq 9$ signifie que $-12 \leq -9$; $47 \geq -213$ signifie que $-47 \leq 213$

$-25 \leq -2$ signifie que $25 \geq 2$; $-452 \leq 12$ signifie que $452 \geq -12$

3/ Ordre et multiplication :

Soient a, b et k trois nombres réels.

Si $a \leq b$ et $k > 0$, alors $a \times k \leq b \times k$ / Si $a \leq b$ et $k < 0$, alors $a \times k \geq b \times k$

Si $a \geq b$ et $k > 0$, alors $a \times k \geq b \times k$ / Si $a \geq b$ et $k < 0$, alors $a \times k \leq b \times k$

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

$45 \leq 100$ signifie que $3 \times 45 \leq 3 \times 100$; d'où : $135 \leq 300$

$-15 \geq -25$ signifie que $-15 \times \left(-\sqrt{2}\right) \geq -25 \times \left(-\sqrt{2}\right)$; d'où : $15\sqrt{2} \geq 25\sqrt{2}$

4/ Ordre et inverse :

Soient a et b deux nombres réels non nuls de même signe.

$a \le b$ est équivalent à $\frac{1}{a} \ge \frac{1}{b}$

$a \ge b$ est équivalent à $\frac{1}{a} \le \frac{1}{b}$

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

$15 \ge 10$ signifie que $\frac{1}{15} \le \frac{1}{10}$; $11 \le 25$ signifie que $\frac{1}{11} \ge \frac{1}{25}$

$-42 \le -2$ signifie que $\frac{-1}{42} \ge \frac{-1}{2}$; $-30 \ge -124$ signifie que $\frac{-1}{30} \le \frac{-1}{124}$

5/ Ordre et carré :

Soient a et b deux nombres réels.

Si $a > 0$ et $b > 0$ alors : $a \le b$ est équivalent à $a^2 \le b^2$

Si $a < 0$ et $b < 0$ alors : $a \le b$ est équivalent à $a^2 \ge b^2$

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

1/ $5 \le 11$ signifie que $5^2 \le 11^2$; d'où : $25 \le 121$.

2/ $-2 \ge -20$ signifie que $(-2)^2 \le (-20)^2$; d'où : $4 \le 400$.

3/ Comparons les nombres $2\sqrt{3}$ et $3\sqrt{7}$.

On a : $(2\sqrt{3})^2 = 12$ et $(3\sqrt{7})^2 = 63$.

Donc : $(2\sqrt{3})^2 \le (3\sqrt{7})^2$, et puisque $2\sqrt{3} > 0$ et $3\sqrt{7} > 0$, alors $\boxed{2\sqrt{3} \le 3\sqrt{7}}$.

4/ Comparons les nombres $-\sqrt{11}$ et $-2\sqrt{5}$.

On a : $(-\sqrt{11})^2 = 11$ et $(-2\sqrt{5})^2 = 20$.

Donc : $(-\sqrt{11})^2 \le (-2\sqrt{5})^2$, et puisque $-\sqrt{11} < 0$ et $-2\sqrt{5} < 0$, alors $\boxed{-\sqrt{11} \ge -2\sqrt{5}}$.

6/ Ordre et racine carrée :

Soient a et b deux nombres réels positifs.

$a \le b$ est équivalent à $\sqrt{a} \le \sqrt{b}$

$a \ge b$ est équivalent à $\sqrt{a} \ge \sqrt{b}$

*/ Remarque : Cette propriété reste vrais avec les symboles $>$ et $<$.

*/ Exemples :

$12 \geq 7$ signifie que $\sqrt{12} \geq \sqrt{7}$; $5 \leq 23$ signifie que $\sqrt{5} \leq \sqrt{23}$

III_ Encadrements :

1/ Définition :

Soient a, b et x trois nombres réels tels que $a \leq b$.
On appelle encadrement de x par a et b, toute écriture de la forme : $a \leq x \leq b$.

*/ Remarque : Cette définition reste vrais avec le symbole $<$.

*/ Exemples :

Soient x, y, z, et t des nombres réels tels que :

$3 \leq x \leq 11$; $-11 \leq y \leq -3$; $-25 \leq z \leq 2$; $4 \leq t \leq 9$

2/ Encadrement et opérations :

a/ Encadrement et addition , encadrement et soustraction :

Soient x, y et z trois nombres réels tels que :

$3 \leq x \leq 11$; $-11 \leq y \leq -3$; $-25 \leq z \leq 2$; $4 \leq t \leq 9$

*/ Encadrons $x+y$:

On a : $3 \leq x \leq 11$ et $-11 \leq y \leq -3$.

Donc : $3-11 \leq x+y \leq 11-3$

D'où : $\boxed{-8 \leq x+y \leq 8}$.

*/ Encadrons $x-z$:

On a : $3 \leq x \leq 11$ et $-2 \leq -z \leq 25$.

Donc : $3-2 \leq x-z \leq 11+25$

D'où : $\boxed{1 \leq x-z \leq 36}$.

*/ Encadrons $x \times t$:

On a : $3 \leq x \leq 11$; $4 \leq t \leq 9$

Donc : $3 \times 4 \leq x \times t \leq 11 \times 9$

D'où : $\boxed{12 \leq x \times t \leq 99}$

*/ Encadrons $x \times y$:

On a : $3 \leq x \leq 11$; $2 \leq -y \leq 7$

Donc : $3\times 2\le x\times(-y)\le 11\times 7$

C'est-à-dire : $6\le -x\times y\le 77$

D'où : $\boxed{-77\le x\times y\le -6}$

*/ Encadrons $\frac{x}{t}$:

On pose $\frac{x}{y}=x\times\frac{1}{y}$.

On a : $3\le x\le 11$ et $\frac{1}{9}\le\frac{1}{t}\le\frac{1}{4}$

Donc : $3\times\frac{1}{9}\le x\times\frac{1}{y}\le 11\times\frac{1}{4}$

D'où : $\boxed{\frac{1}{3}\le\frac{x}{y}\le\frac{11}{4}}$

*/ Encadrons x^2 puis y^2 :

1/ On a : $3\le x\le 11$

Donc : $3^2\le x^2\le 11^2$

D'où : $\boxed{9\le x^2\le 121}$.

2/ On a : $-11\le y\le -3$

Donc : $(-3)^2\le y^2\le(-11)^2$

D'où : $\boxed{9\le y^2\le 121}$.

*/ Encadrons $\sqrt{t}$:

On a : $4\le t\le 9$

Donc : $\sqrt{4}\le\sqrt{t}\le\sqrt{9}$

D'où : $\boxed{2\le\sqrt{t}\le 3}$.

*/ Encadrons $6x$ puis $-7z$:

1/ On a : $3\le x\le 11$

Donc : $6\times 3\le 6\times x\le 6\times 11$

D'où : $\boxed{18\le 6x\le 66}$

2/ On a : $-25\le z\le 2$

Donc : $-7\times 2\le -7z\le -7\times(-25)$

D'où : $\boxed{-14\le -7z\le 175}$

bein_school