



**Maths facile**

**Niveau : 1er année collège**

**Année Scolaire : 2019 - 2020**

# **Les nombres en écriture fractionnaire**

**Prof : E.Abdelmalek**

# Lexique des termes dans le cours :

Une fraction : كسر

Le quotient : الخارج

Numérateur : بسط

Dénominateur : مقام

Un nombre non nul : عدد غير منعدم

Ordre croissant : ترتيب تزايدی

On conserve : نحفظ

L'inverse : المقلوب

# 1 Écritures fractionnaires

## 1 Quotient

### Définitions

$a$  et  $b$  désignent deux nombres et  $b \neq 0$ .

Le quotient de  $a$  par  $b$  est appelé **une fraction**, il est noté :  $\frac{a}{b}$ .

Il vérifie l'égalité :  $\frac{a}{b} \times b = a$ .

Dans une fraction,  $a$  est appelé le **numérateur** et  $b$  le **dénominateur**.

### Exemple :

Le quotient de 3 par 4 est noté  $\frac{3}{4}$ ". Ce nombre vérifie l'égalité  $\frac{3}{4} \times 4 = 3$ .

Le quotient de 1 par 3 est noté  $\frac{1}{3}$ .

### Remarque :

Tout nombre possède une infinité d'écritures fractionnaires.

$$\text{Par exemple : } 3,05 = \frac{3,05}{1} = \frac{305}{100}$$

$$2 = \frac{2}{1} = \frac{4}{2}$$

## II Égalité de quotients, fractions

### 1 Quotients égaux

#### Propriété

Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur dans une fraction par un même nombre non nul, alors on obtient une nouvelle écriture fractionnaire.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad \text{où } a \text{ et } b \text{ sont deux nombres tels que } b \neq 0 \text{ et } k \neq 0$$

#### Exemples :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5} = \frac{10}{15} \quad \text{et} \quad \frac{24}{18} = \frac{24 \div 6}{18 \div 6} = \frac{4}{3}$$

## 2 Simplification d'une fraction

**Définition** Simplifier une fraction, c'est chercher une fraction qui lui est égale mais avec un dénominateur plus petit.

**Exemple :**

La fraction  $\frac{25}{15}$  peut être simplifiée car 25 et 15 sont tous les deux divisibles par 5.

$\frac{25}{15} = \frac{25 \div 5}{15 \div 5} = \frac{5}{3}$ . La fraction  $\frac{5}{3}$  ne peut pas être simplifiée.

**Remarque :** Pour simplifier une fraction, on peut utiliser les critères de divisibilité.

- Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8.
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.

## Exercice d'application 1:

Simplifier les fractions suivantes:

$$\frac{63}{27} ; \frac{42}{16} ; \frac{11}{121} ; \frac{225}{360} ; \frac{49}{14}$$





# Comparaison de fractions

## 1 Fractions au même dénominateur

**Définition** Si deux fractions ont le même dénominateur, la plus petite est celle qui a le plus petit numérateur.

**Exemple :**

Rangeons dans l'**ordre croissant** les fractions suivantes :  $\frac{5}{7}, \frac{9}{7}, \frac{8}{7}, \frac{4}{7}$ .

Ces fractions ont toutes 7 pour dénominateur ; elles seront donc rangées dans l'ordre croissant de leur numérateur.

Comme  $4 < 5 < 8 < 9$ , on en déduit que  $\frac{4}{7} < \frac{5}{7} < \frac{8}{7} < \frac{9}{7}$ .

## 2 Fractions au même numérateur

### Définition

Si deux fractions ont le même numérateur, **la plus petite est celle qui a le plus grand dénominateur.**

### Exemple :

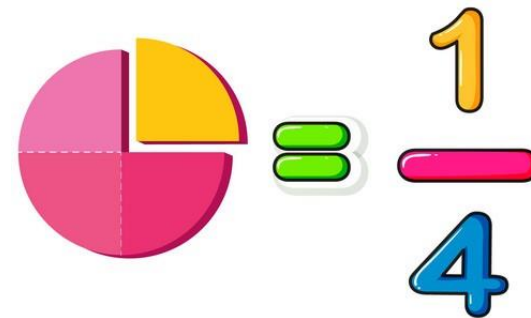
Rangeons dans l'ordre croissant les fractions suivantes :  $\frac{6}{7}$ ,  $\frac{6}{4}$ ,  $\frac{6}{11}$ ,  $\frac{6}{5}$ .

on en déduit que  $\frac{6}{11} < \frac{6}{7} < \frac{6}{5} < \frac{6}{4}$ .

## Exercice d'application 2:

Comparer les fractions suivantes:

$$\frac{7}{5} \text{ et } \frac{19}{5} \quad ; \quad \frac{11}{35} \text{ et } \frac{11}{14} \quad ; \quad \frac{7}{16} \text{ et } \frac{3}{8} \quad ; \quad \frac{5}{6} \text{ et } \frac{9}{24}$$



## IV Addition ou soustraction des fractions

### 1 Additionner ou soustraire deux fractions au même dénominateur

#### Règle 1

Pour calculer la somme ou la différence de deux fractions ayant le même dénominateur :

- On additionne (ou on soustrait) les numérateurs.
- On conserve leur dénominateur commun.

Autrement écrit :

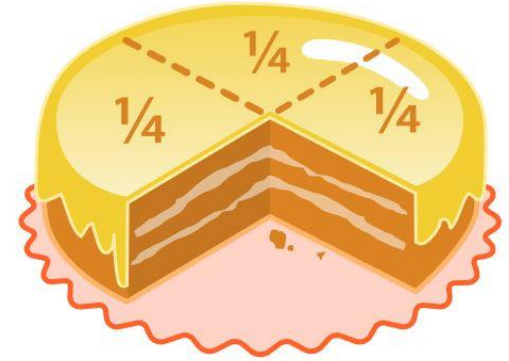
$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a + c}{b}$$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a - c}{b}$$

Exemples:

$$\frac{5}{6} + \frac{11}{6} = \frac{5 + 11}{6} = \frac{16}{6}$$

$$\frac{17}{5} - \frac{8}{5} = \frac{17 - 8}{5} = \frac{9}{5}$$



## 2 Additionner ou soustraire deux fractions ayant des dénominateurs différents :

### Règle 2

Pour calculer la somme ou la différence de deux fractions ayant des dénominateurs différents :

- On réduit les fractions au même dénominateur puis on additionne ou on soustrait les numérateurs obtenus en appliquant la règle 1.

### Exemples:

$$\frac{5}{7} + \frac{5}{28} = \frac{20}{28} + \frac{5}{28} = \frac{20 + 5}{28} = \frac{25}{28}$$

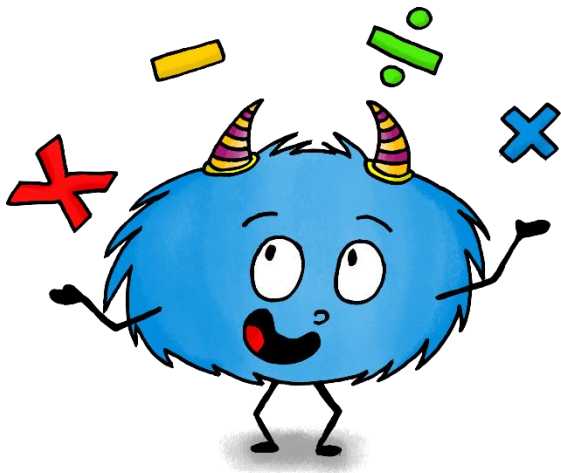
$$\frac{11}{4} - \frac{7}{8} = \frac{22}{8} - \frac{7}{8} = \frac{22 - 7}{8} = \frac{15}{8}$$

### Exercice d'application 3:

Calcule et simplifie (si c'est possible):

$$\frac{12}{25} + \frac{10}{5} ; \quad \frac{26}{35} + \frac{3}{7} \quad ; \quad \frac{2}{11} + \frac{31}{11}$$

$$\frac{217}{49} - \frac{15}{7} ; \quad \frac{18}{39} - \frac{5}{39} \quad ; \quad \frac{9}{15} - \frac{2}{5}$$



# V Multiplication et division des fractions

## 1 Multiplication de deux fractions

### Règle

Le produit de deux fractions est la fraction dont :

- Le **numérateur** est le produit des deux numérateurs des deux facteurs.
- Le **dénominateur** est le produit des deux dénominateurs des deux facteurs.

Autrement écrit : 
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

### Exemples:

$$\frac{11}{6} \times \frac{5}{2} = \frac{11 \times 5}{6 \times 2} = \frac{55}{12}$$

$$\frac{3}{10} \times 6 = \frac{3}{10} \times \frac{6}{1} = \frac{3 \times 6}{10 \times 1} = \frac{18}{10}$$

## 2 Division de deux fractions

### Règle

La division de deux fractions est :  
La multiplication de la première fraction par l'inverse de la deuxième.

Autrement écrit :

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

### Exemples:

$$\frac{3}{2} \div \frac{7}{5} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{14}$$

$$\frac{8}{7} \div 3 = \frac{8}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{8 \times 1}{7 \times 3} = \frac{8}{21}$$

## Exercice d'application 4:

Calcule et simplifie (si c'est possible):

$$\frac{1}{5} \times \frac{4}{3} ; \quad \frac{2}{8} \times \frac{1}{4} \quad ; \quad \frac{5}{13} \times 11$$

$$\frac{7}{2} \div \frac{5}{4} ; \quad \frac{7}{8} \div \frac{14}{4} \quad ; \quad 9 \div \frac{27}{5}$$

