

I_ Ecriture fractionnaire et fraction :

1/ Ecriture fractionnaire :

a)_ Définition et vocabulaire :

L'écriture fractionnaire c'est le quotient d'un nombre decimal a par un nombre décimale non nul b notée : $\frac{a}{b}$.

a c'est le numérateur et b c'est le dénominateur.

b)_ Exemples :

On considère les écritures fractionnaires suivantes :

$$\frac{2,5}{4} \quad ; \quad \frac{11}{3,7} \quad ; \quad \frac{0,12}{5,4} \quad ; \quad \frac{11}{27}$$

2/ Fraction :

a)_ Définition et vocabulaire :

Une fraction c'est le quotient d'un nombre entier a par un nombre entier non nul b notée : $\frac{a}{b}$.

a c'est le numérateur et b c'est le dénominateur.

b)_ Exemples :

On considère les fractions suivantes :

$$\frac{21}{4} \quad ; \quad \frac{31}{7} \quad ; \quad \frac{12}{54} \quad ; \quad \frac{11}{27}$$

c)_ Remarques :

1/ Toute fraction est une écriture fractionnaire.

***/ Exemple :** $\frac{2}{5}$ est en même temps une fraction et une écriture fractionnaire.

2/ Une écriture fractionnaire n'est pas toujours une fraction.

***/ Exemple :** $\frac{2,5}{7}$ est une écriture fractionnaire et non pas une fraction.

3/ Un quotient peut être une fraction , une écriture fractionnaire ou les deux.

***/ Exemples :** $\frac{2}{9}$; $\frac{2,5}{3,7}$; $\frac{1}{2,5}$; $\frac{3,8}{7}$

3/ Comment rendre une écriture fractionnaire en une fraction :

a)_ Règle :

Pour rendre une écriture fractionnaire en une fraction on multiplie
Le numérateur et le dénominateur par : 10 ou 100 ou 1000 ou

b)_ Exemples :

$$\frac{2,5}{5} = \frac{2,5 \times 10}{5 \times 10} = \frac{25}{50} \quad ; \quad \frac{7}{0,02} = \frac{7 \times 100}{0,02 \times 100} = \frac{700}{2}$$
$$\frac{3,12}{1,5} = \frac{3,12 \times 100}{1,5 \times 100} = \frac{312}{150} \quad ; \quad \frac{3,12}{0,453} = \frac{3,12 \times 1000}{0,453 \times 1000} = \frac{3120}{453}$$

II_ Egalité de deux quotients :

1/ Règle :

Le quotient $\frac{a}{b}$ ($b \neq 0$) ne change pas si l'on multiplie ou si l'on divise
son numérateur et son dénominateur par un même nombre k non nul.

C'est-à-dire : $\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$; $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

2/ Exemples :

$$\frac{11}{3} = \frac{11 \times 5}{3 \times 5} = \frac{55}{15} \quad ; \quad \frac{24}{27} = \frac{24 \div 3}{27 \div 3} = \frac{8}{9}$$

III_ Simplification d'une fraction :

1/ Règle :

Pour simplifier une fraction on divise son numérateur et son
dénominateur par leur plus grand diviseur commun

2/ Exemples :

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4} \quad ; \quad \frac{75}{50} = \frac{75 \div 25}{50 \div 25} = \frac{3}{2}$$
$$\frac{2,5}{10} = \frac{25}{100} = \frac{25 \div 25}{100 \div 25} = \frac{1}{4}$$

IV_ Réduire au même dénominateur :

1/ Règle :

Pour réduire des fractions au même dénominateur on cherche le plus petit multiple commun de leurs dénominateurs

2/ Exemples :

*/ Réduisons au même dénominateur les fractions : $\frac{3}{8}$ et $\frac{11}{12}$.

$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{24} = \frac{9}{24}$$

$$\frac{11}{12} = \frac{11 \times 2}{24} = \frac{22}{24}$$

*/ Réduisons au même dénominateur les fractions : $\frac{7}{8}$ et $\frac{13}{4}$.

.. On remarque que 8 est un multiple de 4, donc le dénominateur commun c'est 8.

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 1}{8} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{13}{4} = \frac{13 \times 2}{8} = \frac{26}{8}$$

*/ Réduisons au même dénominateur les fractions : $\frac{7}{5}$; $\frac{13}{15}$ et $\frac{5}{9}$.

$$\frac{7}{5} = \frac{7 \times 9}{45} = \frac{63}{45}$$

$$\frac{13}{15} = \frac{13 \times 3}{45} = \frac{39}{45}$$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \times 5}{45} = \frac{25}{45}$$

*/ Réduisons au même dénominateur les fractions : $\frac{3}{27}$; $\frac{1}{3}$ et $\frac{7}{9}$.

.. On remarque que 27 est un multiple de 3 et 9, donc le dénominateur commun c'est 27.

$$\frac{3}{27} = \frac{3 \times 1}{27} = \frac{3}{27}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{1 \times 9}{27} = \frac{9}{27}$$

$$\frac{7}{9} = \frac{7 \times 3}{27} = \frac{21}{27}$$

V_ Comparaison de deux nombres en écriture fractionnaire :

1/ Ayant le même dénominateur :

a)_ Règle 1 :

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ deux nombres en écriture fractionnaire , ($b \neq 0$) :

Si $a > c$, alors $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$. Si $a < c$, alors $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$

b)_ Exemples :

*/ Comparons les nombres $\frac{11}{7}$ et $\frac{13}{7}$:

$$\frac{11}{7} < \frac{13}{7} , \text{ car } 11 < 13.$$

*/ Comparons les nombres $\frac{17}{5}$ et $\frac{9}{5}$:

$$\frac{17}{5} > \frac{9}{5} , \text{ car } 17 > 9.$$

2/ Ayant le même numérateur :

a)_ Règle 2 :

Soient $\frac{a}{b}$ et $\frac{a}{c}$ deux nombres en écriture fractionnaire , ($b \neq 0$ et $c \neq 0$) :

Si $b > c$, alors $\frac{a}{b} < \frac{a}{c}$. Si $b < c$, alors $\frac{a}{b} > \frac{a}{c}$

b)_ Exemples :

*/ comparons les nombres $\frac{11}{10}$ et $\frac{11}{9}$:

$$\frac{11}{10} < \frac{11}{9} , \text{ car } 10 > 9.$$

*/ Comparons les nombres $\frac{7}{15}$ et $\frac{7}{29}$:

$$\frac{7}{15} > \frac{7}{29} , \text{ car } 15 < 29.$$

3/ n'ayant ni le même dénominateur ni le même numérateur :

a)_ Règle 3 :

Pour comparer deux nombres en écriture fractionnaire n'ayant ni le même dénominateur ni le même numérateur , on les réduit au même dénominateur puis on applique la règle 1.

b)_ Exemples :

*/ comparons les nombres $\frac{11}{5}$ et $\frac{7}{10}$:

$$\text{On a : } \begin{cases} \frac{11}{5} = \frac{11 \times 2}{10} = \frac{22}{10} \\ \frac{7}{10} = \frac{7 \times 1}{10} = \frac{7}{10} \end{cases}$$

Donc : $\frac{22}{10} > \frac{7}{10}$, car $22 > 7$.

$$\text{D'où : } \boxed{\frac{11}{5} > \frac{7}{10}}.$$

*/ comparons les nombres $\frac{13}{7}$ et $\frac{17}{5}$:

$$\text{On a : } \begin{cases} \frac{13}{7} = \frac{13 \times 5}{35} = \frac{65}{35} \\ \frac{17}{5} = \frac{17 \times 7}{35} = \frac{119}{35} \end{cases}$$

Donc : $\frac{65}{35} < \frac{119}{35}$, car $65 < 119$.

$$\text{D'où : } \boxed{\frac{13}{7} < \frac{17}{5}}.$$

4/ comparaison d'un nombre en écriture fractionnaire et 1 :

a)_ Règle 4 :

Soit $\frac{a}{b}$ un nombre en écriture fractionnaire , ($b \neq 0$) :

Si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$ et Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$

b)_ Exemples :

*/ comparons les nombres $\frac{17}{9}$ et 1 :

$$\frac{17}{9} > 1 , \text{ car } 17 > 9.$$

*/ comparons les nombres $\frac{7}{19}$ et 1 :

$$\frac{7}{19} < 1 , \text{ car } 7 < 19.$$