www.beinschools.com	Géométrie dans L'espace	لمملكة المغربية ارة التربية الوطنية لتكوين المهني Académie Régionale d'Éducation et de Formation Région de Casablanca - Settat Délégation de Mohammedia
	3ASC	
	Mathématiques	

I_ Orthogonalité d'une droite et d'un plan :

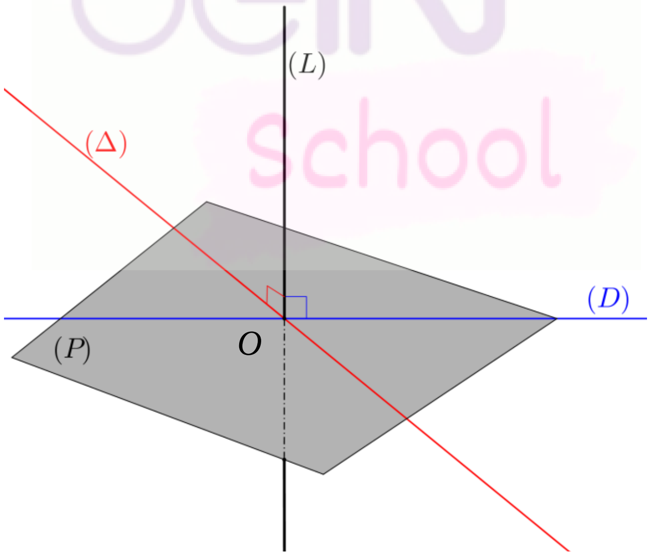
1/ Définition :

Une droite (D) est perpendiculaire à un plan (P), en un point E ,s'il Existe dans (P) deux droites perpendiculaires à (D) en E .

2/ Exemple :

On considère la figure suivante telle que :

(P) est un plan et (D) *et* (Δ) sont deux droites de (P) perpendiculaires à (L) en O .



On a : $\begin{cases} (L)\text{ perpendiculaire à }(D)\text{ en }O \\ (L)\text{ perpendiculaire à }(\Delta)\text{ en }O \end{cases}$

Et puisque : (D) *et* (Δ) sont inclues dans (P), alors :

(L) est perpendiculaire au plan (P) en O .

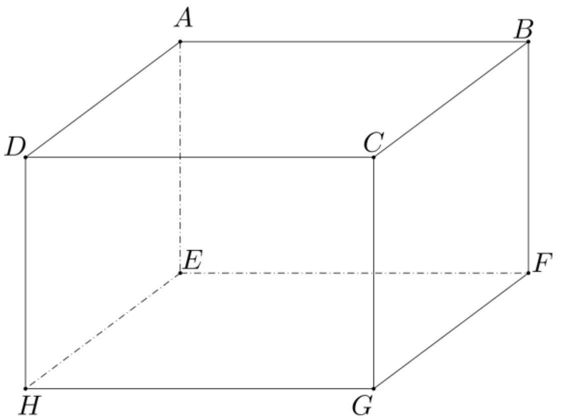
3/ Propriété :

Si une droite est perpendiculaire à un plan, alors : Elle est perpendiculaire à toutes les droites de ce plan.

*/ Exercice d'application 1 :

On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.

$AB = 8\ cm$, $AD = 6\ cm$ et $AE = 5\ cm$.



1/ Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$ en E.

2/ Déduire que AEG est un triangle rectangle en E.

3/ Montrer que : $EG = 10\ cm$..

4/ Calculer AG.

*/ Solution :

1/ Montrons que la droite (AE) est perpendiculaire au plan $(EFGH)$ en E.

Puisque $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle, alors : $\begin{cases} AEFB \text{ est un rectangle} \\ AEHD \text{ est un rectangle} \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} \text{La droite } (AE) \text{ est perpendiculaire à la droite } (EF) \text{ en } E \\ \text{La droite } (AE) \text{ est perpendiculaire à la droite } (EH) \text{ en } E \end{cases}$

Et puisque les droites (EF) et (EH) sont inclues dans le plan $(EFGH)$, alors :

La droite (AE) est perpendiculaire au plan $EFGH$ en E.

2/ Déduisons que AEG est un triangle rectangle en E.

On a : $\begin{cases} \text{La droite } (AE) \text{ est perpendiculaire au plan } (EFGH) \text{ en } E. \\ \text{La droite } (EG) \text{ est inclue dans le plan } (EFGH) \text{ et coupe } (AE) \text{ en } E \end{cases}$

Donc : La droite (AE) est perpendiculaire à la droite (EG) en E.

D'où : Le triangle AEG est rectangle en E.

3/ Montrons que : $EG = 10\ cm$.

Puisque $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle, alors : $EFGH$ est un rectangle.

Donc : EFG est un triangle rectangle en F.

Et d'après le théorème de Pythagore on a : $EG^2 = EF^2 + FG^2$

C'est-à-dire : $EG^2 = 8^2 + 6^2$

$= 64 + 36$

Donc : $EG^2 = 100$.

Et puisque : $EG > 0$, alors : $EG = \sqrt{100}\ cm$.

D'où : $\boxed{EG = 10\ cm}$.

4/ Calculons AG.

On sait que le triangle AEG est rectangle en E

Donc : d'après le théorème de Pythagore on a : $AG^2 = EA^2 + EG^2$.

C'est-à-dire : $AG^2 = 5^2 + 10^2$

$= 25 + 100$

$= 125$

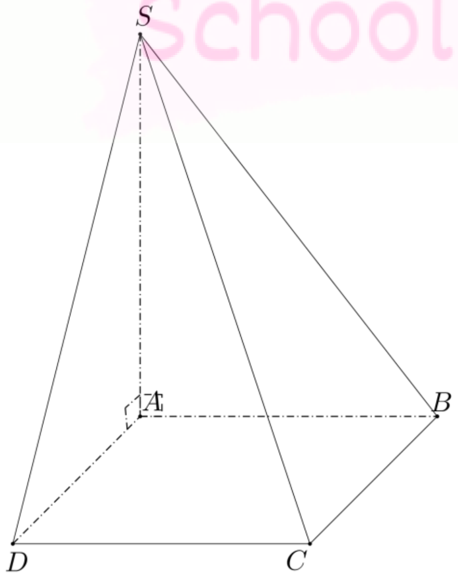
Et puisque : $AG > 0$, alors : $AG = \sqrt{125}\ cm$.

D'où : $\boxed{AG = 5\sqrt{5}\ cm}$.

*/ Exercice d'application 2 :

On considère la figure suivante telle que : $SABCD$ est une pyramide De hauteur $[SA]$, à base le rectangle $ABCD$.

$AB = 4\ cm$, $AD = 3\ cm$ et $SA = 5\ cm$



1/ Montrer que SAC est un triangle rectangle en A.

2/ Montrer que : $AC = 5\ cm$.

3/ Calculer SC.

*/ Solution :

1/ Montrons que SAC est un triangle rectangle en A.

On sait que : $SABCD$ est une pyramide de hauteur $[SA]$, alors la droite (SA) est perpendiculaire au plan $(ABCD)$.

Et puisque : la droite (AC) est inclue dans le plan $(ABCD)$, alors la droite (SA) est perpendiculaire à la droite (AC) en A.

D'où : le triangle SAC est rectangle en A.

2/ Montrons que : $AC = 5\,cm$.

Puisque $ABCD$ est un rectangle, alors le triangle ABC est rectangle en B.

Et d'après le théorème de Pythagore on a : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

C'est-à-dire : $AC^2 = 4^2 + 3^2$

$= 16 + 9$

$= 25$

Et puisque : $AC > 0$, alors : $AC = \sqrt{25}\ cm$.

D'où : $\boxed{AC = 5\,cm}$.

3/ Calculons SC.

On sait que le triangle SAC est rectangle en A.

Donc : d'après le théorème de Pythagore on a : $SC^2 = SA^2 + AC^2$.

C'est-à-dire : $SC^2 = 5^2 + 5^2$

$= 25 + 25$

$= 50$

Et puisque : $SC > 0$, alors : $SC = \sqrt{50}\ cm$.

D'où : $\boxed{SC = 5\sqrt{2}\ cm}$.

II_ Parallélisme d'une droite et d'un plan :

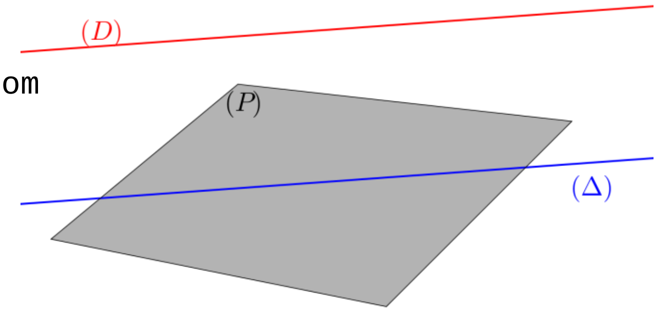
1/ Définition :

Une droite (D) est parallèle à un plan (P),s'il existe dans (P) une droite (Δ) parallèle à (D) ..

2/ Exemple :

On considère la figure suivante telle que :

(P) est un plan et (Δ) une droite de (P) parallèle à (D).



On a : $\begin{cases}(D) \mathbin{//} (\Delta) \\ (\Delta) \text{ est inclue dans le plan } (P)\end{cases}$

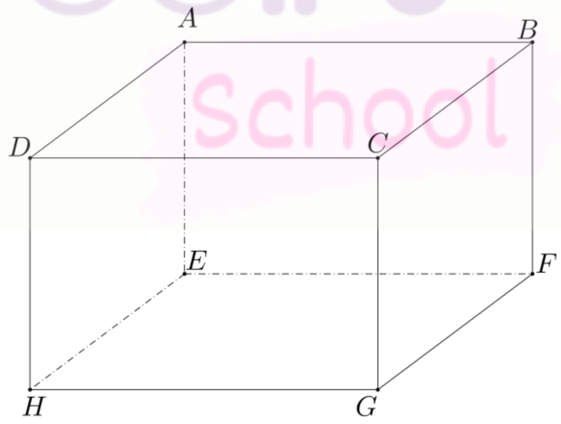
D'où : La droite (D) est parallèle au plan (P).

3/ Propriété :

Une droite est parallèle à un plan, s'ils n'ont aucun point commun.

*/ Exercice d'application :

On considère le parallélépipède rectangle $ABCDEFGH$.



Montrer que la droite $(AB) \mathbin{//} (EFGH)$.

*/ Solution :

Montrons que : $(AB) \mathbin{//} (EFGH)$.

Puisque $ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle, alors $ABFE$ est un rectangle.

C'est-à-dire : $ABFE$ un parallélogramme.

Donc : $(AB) \mathbin{//} (EF)$.

Et puisque : la droite (EF) est inclue dans le plan $(EFGH)$

alors : $(AB) \mathbin{//} (EFGH)$.

III_ Agrandissement et réduction :

1/ Définitions :

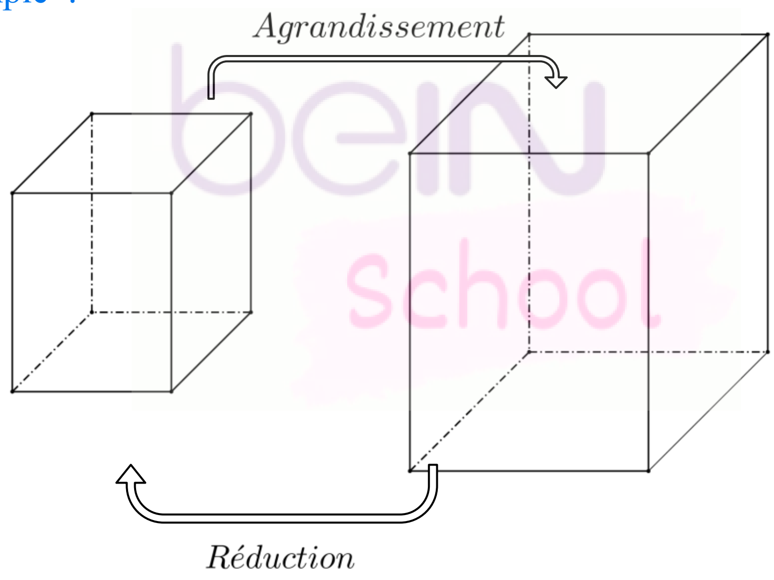
a)_ Agrandissement :

On appelle une figure (F') agrandissement d'une figure (F), si toutes les longueurs de la figure (F) ont été multipliés par un nombre k, tel que $k > 1$, appelé : Rapport d'agrandissement.

b)_ Réduction :

On appelle une figure (F') réduction d'une figure (F), si toutes les longueurs de la figure (F) ont été multipliés par un nombre k, tel que $0 < k < 1$, appelé : Rapport de réduction.

c)_ Exemple :



*/ Remarque importante :

Si k est un rapport d'agrandissement, alors $\frac{1}{k}$ est un rapport de réduction.

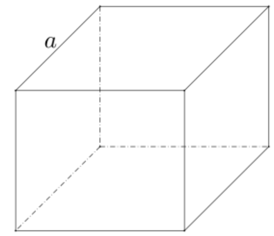
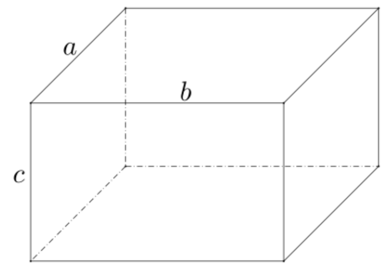
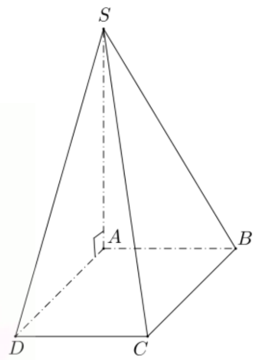
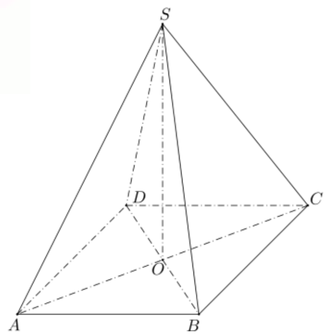
Si k est un rapport de réduction, alors $\frac{1}{k}$ est un rapport d'agrandissement.

2/ Propriété :

Si k est un rapport d'agrandissement ou de réduction d'une figure alors on multiplie :

Les longueurs par k, les surfaces par k^2 et les volumes par k^3.

Volumes et Surfaces

Surface de la base et volume	Nom	Figure
Surface de la base $S_{(B)} = a^2$ **Le volume** $V = a^3$	Cube	
Surface de la base $S_{(B)} = a \times b$ **Le volume** $V = a \times b \times c$	Parallélépipède rectangle	
Surface de la base $S_{(B)} = AB \times AD$ **Le volume** $V = \frac{1}{3} \times S_{(B)} \times SA$	Pyramide De hauteur $[SA]$ à base un rectangle	
Surface de la base $S_{(B)} = AB^2$ **Le volume** $V = \frac{1}{3} \times S_{(B)} \times SO$	Pyramide Régulière à base un carré De centre O	
Surface de la base $S_{(B)} = \frac{AB \times AC}{2}$ **Le volume** $V = \frac{1}{3} \times S_{(B)} \times SA$	Pyramide De hauteur $[SA]$ à base un carré