Triangle rectangle et cercle

Activité 1 :

ABC est un triangle rectangle en A.

Soit (D) la mediatrice du segment [AC] qui coupe [BC] en I.

1. ***Tracer la figure.***
2. ***Montrer que I est le milieu du segment [BC].***
3. ***Que représente le point I par rapport au triangle ABC ?***
4. ***Que peut-on déduire ?***

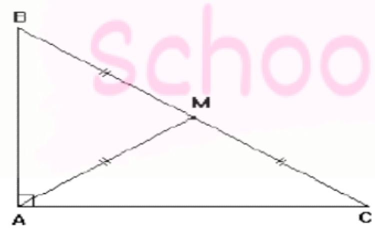
I Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle

Propriété : ***Le milieu de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est équidistant de ses sommets.***

Autrement dit :

ABC est un triangle rectangle en A.

-Si M est le milieu du segment [BC] alors : MA=MB=MC

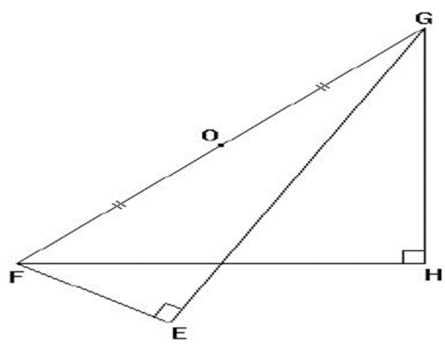


Exercice d'application 1 :

On considère la figure ci-dessous :

FGH et EFG deux triangles rectangles en H et E respectivement.

Montrer que : OE=OH



Activité 2 :

Tracer un cercle (C), soit [AB] son diamètre.

Tracer trois points M, N et P qui appartiennent au cercle (C).

1- Vérifier en utilisant le rapporteur que MAB est un triangle rectangle en M.

2- Vérifier en utilisant le rapporteur que NAB est un triangle rectangle en N.

3- Que peut-on dire sur la nature du triangle PAB ?

4- Que peut-on déduire ?

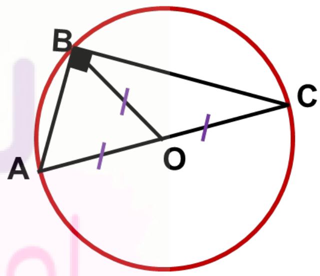
II Le triangle rectangle et cercle

Propriété 1 : ***Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre de son cercle circonscrit.***

Exemples :

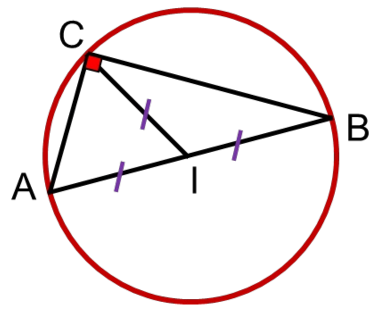
ABC est un triangle rectangle en B.

O le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit de ce triangle.



Propriété 2 (réciproque): ***ABC est un triangle et I le milieu du segment [AB].***

Si : IA = IB = IC alors le triangle ABC est rectangle en C.



Exercice d'application 2 :

EFG est un triangle isocèle en E,

et H le symétrique du point F par rapport au point E.

1- Tracer la figure.

2- Quelle est la nature du triangle GFH ? En justifiant.

Activité 3 :

x est nombre rationnel positif, donner la valeur de x dans chaque cas :

$$x^2 = 36 \;;\; x^2 = 25 \;;\; x^2 = 16 \;;\; x^2 - 49 = 0$$

III Les nombres réels :

La racine carré d'un nombre positif :

Définition : ***a est un nombre rationnel positif.***

Le nombre positif x de carré a est appelé : la racine carré de a.

et noté : $\sqrt{a}$

$$x^2 = a \quad \textbf{signifie que :} \quad x = \sqrt{a}$$

Remarques :

- ✓ **Le carré d'un nombre est toujours positif.**
- ✓ **Si a est un nombre rationnel alors : $\sqrt{a^2} = a$ et $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$**

Exemple :

$\sqrt{0} = 0$;; $\sqrt{3}^2 = 3$;; $\left(\sqrt{5}\right)^2$

$\sqrt{1} = 1$;; $\sqrt{16} = \sqrt{4}^2 = 4$;;

$\sqrt{\dfrac{100}{9}} = \sqrt{\left(\dfrac{10}{3}\right)^2} = \dfrac{10}{3}$;;

Exercice d'application 3 :

Calculer :

$$\sqrt{81} \;;\; \sqrt{100} \;;\; \frac{4}{\sqrt{16}} \;;\; \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{9}} \;;\; \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,04}}$$

Activité 4 :

ABC est un triangle tel que : AB=3cm ; AC=4cm ; BC=5cm

1- Vérifier en utilisant le rapporteur que ABC est un triangle rectangle.

2- Calculer AB^2+AC^2

3- Calculer BC^2

4- Que peut-on déduire ?

IV Théorème de Pythagore

Théorème : ***Si ABC est un triangle rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.***

Autrement dit : ***Si ABC est un triangle rectangle en A alors :***

$$BC^2 = AC^2 + AB^2$$

Remarques :

ABC est un triangle rectangle en A :

$BC^2 = AC^2 + AB^2$

Donc : $AB^2 = BC^2 - AC^2$ ***et*** $AC^2 = BC^2 - AB^2$

Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A tel que: AB = 12 et BC = 15

Calculons AC.

Exercice d'application 4 :

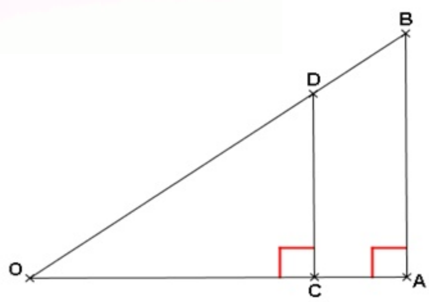
EFG est un triangle en E, tel que : EG=5cm et FG=8cm.

- Calculer EF

Activité 5 :

On considère le triangle ABO rectangle en A.
Tels que AB=3 ; AO=4

- Calculer BO.
- Calculer la proportion $\frac{OA}{OB}$
- Vérifier que $(AB) \parallel (DC)$
- Déduire la valeur du proportion $\frac{OC}{OD}$



V Cosinus d'un angle aigu :

Définition : ***Dans un triangle rectangle, on appelle le cosinus d'un angle aigu : le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par celle de l'hypoténuse du triangle.***

On note : Cos et on le lit Cosinus.

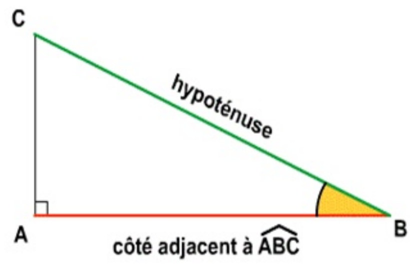
Exemple :

ABC est un triangle rectangle en A,

Le Cosinus de l'angle $A\hat{B}C$ ***et*** $A\hat{C}B$ ***est :***

$$\cos A\widehat{B}C = \frac{AB}{BC}$$

$$\cos A\widehat{C}B = \frac{AC}{BC}$$



Remarques :

Puisque l'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle alors :

le cosinus d'un angle aigu est compris entre 0 et 1.

c-à-d : $0 < \cos A\widehat{B}C < 1$

Exemples :

$$\cos 55° = 0,5735$$

$$\cos 20° = 0,9396$$

Exercice d'application 5 :

ABC est un triangle rectangle en B, tel que : AB=3cm et BC=4cm.

- Calculer : $\cos A\widehat{C}B$