Le parallélogramme

1ASC

Mathématiques

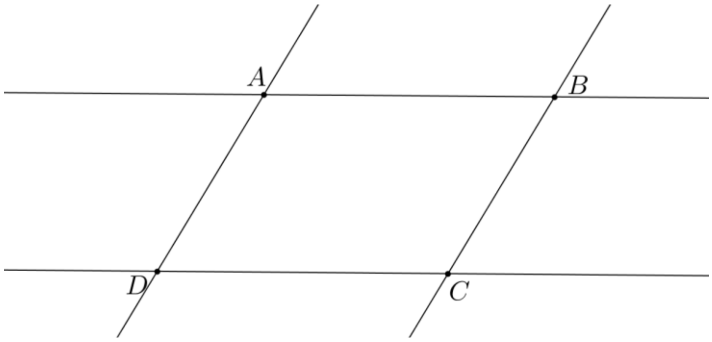
I_ Le parallélogramme :

1/ Définition :

Le parallélogramme est un quadrilatère dont les supports des côtés opposés sont parallèles.

2/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



II_ Propriétés :

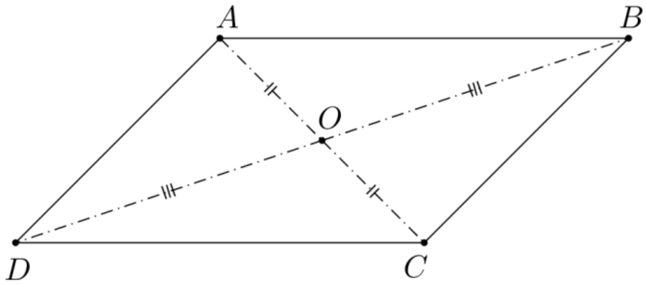
1/ Propriété des diagonales :

a)_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les diagonales se coupent en leur milieu, appelé centre du parallélogramme.

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O .



b)_ Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les diagonales se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

Soit ABC un triangle.

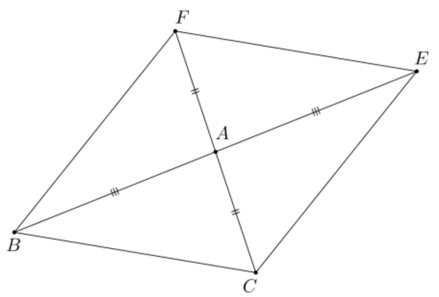
E et F sont les symétriques respectifs des points B et C par rapport à A.

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que $BCEF$ est un parallélogramme en déterminant son centre.

Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que $BCEF$ est un parallélogramme.

On sait que :

E est le symétrique de B par rapport à A, donc A est le milieu de $[EB]$

F est le symétrique de C par rapport à A, donc A est le milieu de $[FC]$

D'où : A est le milieu de $[EB]$ et $[FC]$

Conclusion : $BCEF$ est un parallélogramme de centre A.

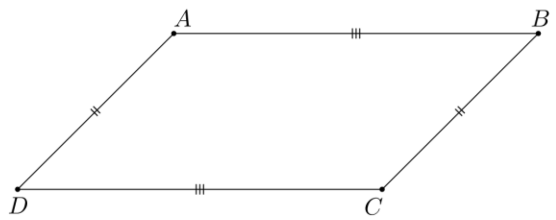
2/ Propriété des côtés opposés :

a)_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les côtés opposés sont isométriques (égaux).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme .



b)_ Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les côtés opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

Soit $ABCD$ un rectangle.

1/ Tracer la figure.

2/ Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Solution :

1/ La figure :

2/ Montrons que $ABCD$ est un parallélogramme.

Puisque $ABCD$ est un rectangle, alors : $AB = CD$ et $AD = BC$

D'où : $ABCD$ est un parallélogramme.

c)_ Propriété réciproque (particulière) :

Si dans un quadrilatère, deux côtés opposés sont isométriques (égaux) et leurs supports sont parallèles, alors c'est un parallélogramme.

*/ Application :

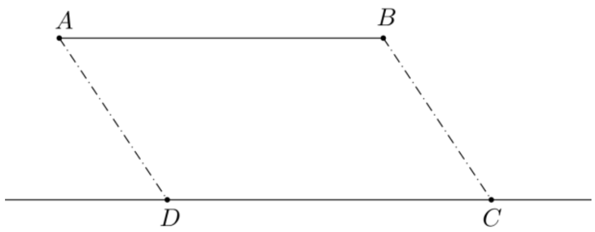
Soient $[AB]$ un segment et C un point tel que $C \notin [AB]$.

1/ Tracer une droite passant par C et parallèle à (AB) puis choisir un point D sur Cette droite tel que : $CD = AB$ et $ABCD$ soit un quadrilatère.

2/ Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

Solution :

1/ La figure :



2/ Montrons que $ABCD$ st un parallélogramme :

On a : $(AB) // (CD)$.
Et puisque $AB = CD$, alors $ABCD$ est un parallélogramme.

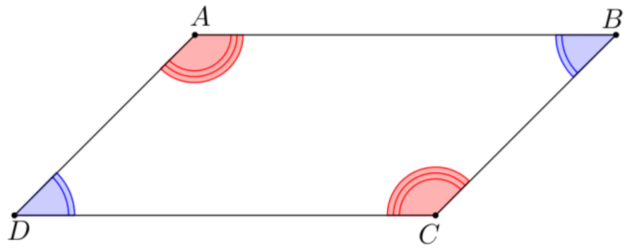
3/ Propriété des angles opposés :

$a)$_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les angles opposés sont isométriques (égaux).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



On a : $A\hat{B}C = A\hat{D}C$ et $D\hat{A}B = D\hat{C}B$

b)_ Propriété réciproque :

Si dans un quadrilatère les angles opposés sont isométriques (égaux), alors c'est un parallélogramme.

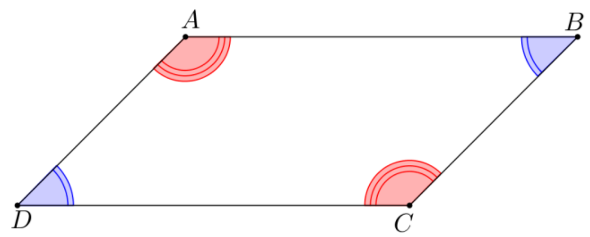
4/ Propriété des angles consécutifs :

$a)$_ Propriété directe :

Dans un parallélogramme les angles consécutifs sont supplémentaires (la somme de leurs mesures égale à 180°).

*/ Exemple :

Soit $ABCD$ un parallélogramme.



On a :

$A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$;; $B\hat{C}D + C\hat{D}A = 108^\circ$

$C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180^\circ$;; $D\hat{A}B + A\hat{B}C = 180^\circ$