

Ordre et opérations

Activité :

a	b	Comparaison de a et b	a - b	Signe de a-b
7	5			
-9	-3			
$-\frac{8}{3}$	$\frac{4}{5}$			

1) Compléter le tableau.

2) A l'aide de ce tableau compléter par le signe \leq ou \geq

* si $a-b \leq 0$ alors a b

* Si $a-b \geq 0$ alors a b

1 Comparaison de deux nombres rationnels

Propriété : a et b sont deux nombres rationnels

- Si la différence $a-b$ est **positive** donc $a \geq b$
- Si la différence $a-b$ est **négative** donc $a \leq b$

Exemples :

Comparons: $\frac{3}{7}$ et 9

$$\text{On a: } \frac{3}{7} - 9 = \frac{3}{7} - \frac{63}{7} \\ = \frac{-60}{7}$$

Alors: $(\frac{3}{7} - 9) \leq 0$ Donc: $\frac{3}{7} \leq 9$

Remarques :

- ✓ Pour comparer deux nombre rationnels on détermine **le signe de leur différence**.
- ✓ On appelle les écritures $a \leq b$, $a \geq b$, $a < b$, $a > b$ **des inégalités**.
- ✓ On appelle les symboles \leq , \geq , $<$, $>$ **les symboles de l'inégalité**.

Exercice d'application 1 :

1) Comparer les nombres suivants:

$$\frac{11}{32} \text{ et } \frac{17}{4} ; 1 \text{ et } \frac{15}{14}$$

$$-\frac{11}{7} \text{ et } -1 ; -\frac{5}{9} \text{ et } -\frac{4}{3}$$

2) x est un nombre rationnel positif, comparer:

$$x + 15 \text{ et } x + 3 ; x + \frac{7}{3} \text{ et } x + 4$$

Ordre et opérations

1 L'ordre et l'addition :

Propriété 1 : Soient a , b et k des nombres rationnels,

- si $a \leq b$ alors $a + k \leq b + k$
- si $a \leq b$ alors $a - k \leq b - k$

Exemples : a et b deux nombres rationnels tel que: $a + 1 \leq b$

Montrons que: $a + 5 \leq b + 4$

On a: $a + 1 + 4 \leq b + 4$

Alors: $a + 5 \leq b + 4$

Exercice d'application 2 :

a et b deux nombres rationnels tel que : $b \leq 7$ et $a \geq -6$

Montrer que :

$$a + 2 \geq -4 \quad ; \quad b - 5 \leq 2$$

$$a - \frac{5}{4} \geq \frac{-29}{4} \quad ; \quad b + \frac{1}{2} \leq \frac{15}{2}$$

Propriété 2: Soient a , b , c et d des nombres rationnels,

• si $a \geq b$ et $c \geq d$

Alors : $a + c \geq b + d$

Exemples : a et b deux nombres rationnels tel que : $b + 3 \leq 7$ et $a + 2 \leq 5$

Montrons que $b + a + 5 \leq 12$

On sait que: $\begin{cases} a + 2 \leq 5 \\ b + 3 \leq 7 \end{cases}$

Alors: $(a + 2) + (b + 3) \leq 5 + 7$

Donc: $a + b + 5 < 12$

Exercice d'application 3 :

1) a et b deux nombres rationnels tel que: $a \leq -4$ et $b \leq \frac{15}{4}$

Montrer que :

$$a + b + 5 \leq \frac{19}{4} \quad ; \quad a + b \leq \frac{-1}{4}$$

2) a et b deux nombres rationnels tel que: $a + 2 \leq 3$ et $b \leq -11$

Montrer que:

$$a + b < -10 \quad ; \quad a + b + 2 < -8$$

2 L'ordre et multiplication :

Propriété 1 : Soient a , b et k des nombres rationnels,

- si k est **positif** et $a \leq b$ Alors : $a \times k \leq b \times k$
- si k est **négatif** et $a \leq b$ Alors : $a \times k \geq b \times k$

Exemples : a et b deux nombres rationnels tel que:

$$a \leq \frac{2}{3} \text{ et } b \leq \frac{-5}{4}$$

Montrons que: $-7b \geq \frac{35}{4}$ et $3a \leq \frac{9}{2}$

• On sait que : et $\begin{cases} a \leq \frac{2}{3} \\ 3 \geq 0 \end{cases}$

Donc: $a \times 3 \leq \frac{2}{3} \times 3$

Alors: $3a \leq \frac{9}{2}$

• On sait que : et $\begin{cases} b \leq \frac{-5}{4} \\ -7 \leq 0 \end{cases}$

Alors: $b \times -7 \geq \frac{-5}{4} \times -7$

Donc: $-7b \geq \frac{35}{4}$

Exercice d'application 4 :

a et b deux nombres rationnels tel que:

$$a \leq -7 \quad \text{et} \quad b \leq \frac{7}{5}$$

Montrer que:

$$\frac{2}{49}b \leq \frac{2}{35} \quad ; \quad -4a \geq 28$$

Encadrement :

Définition : Deux nombres rationnels a et b encadrent le nombre rationnel x lorsque :

$$a \leq x \leq b \quad \text{ou} \quad a < x < b$$

Signifie que : $x \leq b$ et $a \leq x$

Propriété 1: Soient a, b, x, y, t et z des nombres rationnels :

$$\text{Si : } a \leq x \leq b \quad \text{et} \quad z \leq y \leq t$$

$$\text{Alors : } a+z \leq x+y \leq b+t$$

Propriété 2: Soient a, b, x , et k des nombres rationnels :

$$\text{Si : } a \leq x \leq b \quad \text{et} \quad k > 0 \quad (k \text{ positif})$$

$$\text{Alors : } ka \leq kx \leq kb$$

Exemple :

Soient x et y deux nombres rationnels tel que :

$$3 \leq x \leq 8 \quad \text{et} \quad 1 \leq y \leq 3$$

Donner un encadrement de $x+y$; $3y$; $2x$ et $2x+3y$

1

$$\text{* On a : } 3+1 \leq x+y \leq 8+3$$

$$\text{Alors : } 4 \leq x+y \leq 11$$

3

$$\text{* On a : } 3 \leq x \leq 8 \quad \text{et} \quad 2 > 0$$

$$\text{Donc : } 3 \times 2 \leq 2x \leq 8 \times 2$$

$$\text{Alors : } 6 \leq 2x \leq 16$$

2

$$\text{* On a : } 1 \leq y \leq 3 \quad \text{et} \quad 3 > 0 \quad (3 \text{ est un nombre positif})$$

$$\text{Donc : } 1 \times 3 \leq 3y \leq 3 \times 3 \quad \text{Alors : } 3 \leq 3y \leq 9$$

4

$$\text{* On a : } 3 \leq 3y \leq 9 \quad \text{et} \quad 6 \leq 2x \leq 16$$

$$\text{Alors : } 6+3 \leq 2x+3y \leq 16+9$$

$$\text{Donc : } 9 \leq 2x+3y \leq 25$$