

Lycée collégiale : Annodje	Matière : Mathématiques Niveau : 3APIC	Année scolaire : 2019/2020 Prof : Abdelmalek
La géométrie analytique dans le plan	Examens régionaux	

Exercices

Exercice 1 (Rabat-Salé –Kenitra -2016).....4pts

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points : A(1, -1), B(-1, -3) et C(2, 1)

- Calculons les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} , puis déduire la distance AB1pt
- Déterminons les coordonnées du point M le milieu de segment [AB]0.5pt
- a) vérifions que l'équation réduite de la droite (AB) est : $y = x - 2$ 0.5pt
b) déterminons l'équation réduite de la droite (D) qui passe par C et qui est parallèle à (AB).....1pt
c) montrons que l'équation réduite de la médiatrice (Δ) du segment [AB] est : $y = -x - 2$1pt

Exercice 2 (Casablanca–Stat -2018).....4pts

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé (O ; I ; J), on considère les points : A(1, 7), B(-6, 3) et C(0, -1)

- Calculons la distance AB et montrons que ABC est un triangle isocèle en A..... 1pt
- Déterminons les coordonnées du point L le milieu du segment [BC].....0.5pt
- Montrons que l'équation réduite de la droite (BC) est : $y = \frac{-2}{3}x - 1$1pt
- déterminons l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A et qui est perpendiculaire à (BC).....1pt
- Montrons que (D) est la médiatrice du segment [BC].....0.5pt

Correction

Exercice 1

1+2 : Les coordonnées de \overrightarrow{AB} // la distance AB// les coordonnées de M.

Les coordonnées de \overrightarrow{AB}	La distance AB	Les coordonnées de M
$\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$ $AB(-1-1, -3-(-1))$ $AB(-2, -3 + 1)$ $AB(-2, -2)$	$AB = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}$ $AB = \sqrt{4 + 4} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4}\sqrt{2}$ $AB = 2\sqrt{2}$	$M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$ $M(\frac{1 + (-1)}{2}, \frac{-1 + (-3)}{2})$ $M(\frac{0}{2}, \frac{-4}{2})$ d'où $M(0, -2)$

3 – a) l'équation réduite de la droite (AB) s'écrit sous la forme : $y = ax + b$

Déterminons a : $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-3 - (-1)}{-1 - 1} = \frac{-2}{-2} = 1$ $a = 1$ alors $y = x + b$	Déterminons b : A(1, -1) ∈(AB) alors $y_A = x_B + b$ $-1 = 1 + b$ Alors $-1 - 1 = b$ D'où $b = -2$	Finalement l'équation réduite de la droite (AB) est : $y = x - 2$
---	--	--

b- l'équation réduite de la droite (D) s'écrit sous la forme de $y = a'x + b'$

Déterminons a' : Puisque (D)//(AB) alors $a' = a$ D'où $a' = 1$ alors $y = x + b'$	Déterminons b' : C(2, 1) ∈(D) alors $y_C = x_C + b'$ $1 = 2 + b'$ alors $1 - 2 = b'$ D'où $b' = -1$	Finalement l'équation réduite de la droite (D) est : $y = x - 1$
---	--	---

c- l'équation réduite de la médiatrice (Δ) du segment [AB] s'écrit sous la forme : $y = a'' + b''$

Déterminons a'' : Puisque (Δ) est la médiatrice de [AB] alors : (Δ) \perp (AB) d'où $a'' \times a = -1$ signifié que $a'' \times 1 = -1$ Finalement $a'' = -1$ $y = -x + b''$	Déterminons b'' : Puisque (Δ) est la médiatrice de [AB] alors elle passe par le milieu de [AB] d'où $M(0, -2) \in(\Delta)$ alors : $y_M = -x_M + b''$	$-2 = -0 + b''$ $-2 = b''$ d'où $b'' = -2$ Finalement l'équation réduite de la droite (Δ) est : $y = -x - 2$
--	---	--

Exercice 2

1- Calculons la distance AB et montrons que ABC est un triangle isocèle en A.

$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ $A(1, 7), B(-6, 3)$ $AB = \sqrt{(-6 - 1)^2 + (3 - 7)^2}$ $AB = \sqrt{(-7)^2 + (-4)^2}$ $AB = \sqrt{49 + 16}$ $AB = \sqrt{65}$	<p>Pour montrons que ABC est isocèle en A il faut montrer que $AB=AC$.</p> $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2}$ $A(1, 7), C(0, -1)$ $AC = \sqrt{(0 - 1)^2 + (-1 - 7)^2}$ $AC = \sqrt{(-1)^2 + (-8)^2}$	$AC = \sqrt{1 + 64}$ $AB = \sqrt{65}$ <p>Puisque $AB=AC$ alors ABC est un triangle isocèle en A</p>
---	--	--

2- Déterminons les coordonnées du point L le milieu du segment [BC].

<p>Les coordonnées de L</p> $L\left(\frac{x_B + x_C}{2}, \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ <p>B(-6, 3) et C(0, -1)</p>	$L\left(\frac{-6+0}{2}, \frac{3+(-1)}{2}\right)$ $L\left(\frac{-6}{2}, \frac{2}{2}\right)$	<p>D'où M(-3, 1)</p>
--	--	-----------------------------

3- Montrons que l'équation réduite de la droite (BC) est : $y = \frac{-2}{3}x - 1$

L'équation réduite de la droite (BC) s'écrit sous la forme : $y = ax + b$

<p>Déterminons a :</p> $a = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{-1 - 3}{0 - (-6)} = \frac{-4}{6}$ $= \frac{-2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{-2}{3}$ <p>$a = \frac{-2}{3}$ alors $y = x + b$</p>	<p>Déterminons b :</p> <p>$C(0, -1) \in (BC)$ alors $y_C = \frac{-2}{3}x_C + b$</p> $-1 = \frac{-2}{3} \times 0 + b$ <p>Alors $-1 = b$</p> <p>D'où $b = -1$</p>	<p>Finalement l'équation réduite de la droite (BC) est :</p> $y = \frac{-2}{3}x - 1$
--	--	--

4- déterminons l'équation réduite de la droite (D) qui passe par A et qui est perpendiculaire à (BC).

L'équation réduite de la droite (D) s'écrit sous la forme de $y = a'x + b'$

<p>Déterminons a' :</p> <p>Puisque $(D) \perp (BC)$ alors $a' \times a = -1$</p> <p>D'où $a' \times \frac{-2}{3} = 1$ alors $\frac{a' \times -2}{3} = \frac{1}{3}$</p> <p>$a' = \frac{-3}{2}$ finalement $y = \frac{-3}{2}x + b'$</p>	<p>Déterminons b' :</p> <p>$A(1, 7) \in (AB)$ alors $y_A = \frac{-3}{2}x_B + b'$</p> $7 = \frac{-3}{2} \times 1 + b'$ <p>Alors $7 + \frac{3}{2} = b'$</p> <p>D'où $b' = \frac{7 \times 2 + 3}{2} = \frac{17}{2}$</p> <p>$b' = \frac{17}{2}$</p>	<p>Finalement l'équation réduite de la droite (D) est :</p> $y = \frac{-3}{2}x + \frac{17}{2}$
--	---	--

5- Montrons que (D) est la médiatrice du segment [BC]

On a $M(-3, 1)$ et (BC) : $y = \frac{-2}{3}x - 1$. Si $x = x_M = -3$ alors $y = \frac{-2}{3} \times (-3) - 1 = 2 - 1 = 1 = y_M$ d'où $ME(\Delta)$.

Puisque $(\Delta) \perp (BC)$ et passe par le milieu du segment [BC] alors (D) est la médiatrice du segment [BC]