Maths facile

Prof: abdelmalek

Equation d'une droite

3ASC

Mathématiques

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓ
ⴷ ⵓⵙⵉⵍⵖ ⴰⵥⵥⵓⵍⴰⵏ

لمملكة المغربية
ارة التربية الوطنية
لتكوين المهني

Académie Régionale d'Education et de Formation
Région de Marrakech - Safi

I_ L'équation réduite d'une droite :

1/ Définition :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, chaque droite admet une équation réduite de la forme : $y = mx + p$.

*/ m est appelé : le coefficient directeur (ou la pente) de la droite.

*/ p est appelé : l'ordonnée à l'origine de la droite.

*/ x et y sont deux nombres réels.

2/ Exemple :

Soit (D) une droite d'équation réduite : $y = -3x + \frac{1}{2}$.

*/ Le coefficient directeur de la droite (D) est : -3

*/ L'ordonnée à l'origine de la droite (D) est : $\frac{1}{2}$.

*/ Remarques importantes :

*/Toute droite qui a pour équation réduite $y = m$ $(m \neq 0)$ est parallèle à l'axe des abscisses et passe le point de coordonnées $(0 ; m)$. (Figure 1)

*/Toute droite qui a pour équation réduite $x = n$ $(n \neq 0)$ est parallèle à l'axe des ordonnées et passe par le point de coordonnées $(n ; 0)$. (Figure 2)

Figure (1)

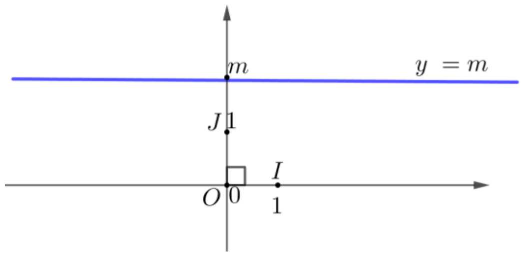
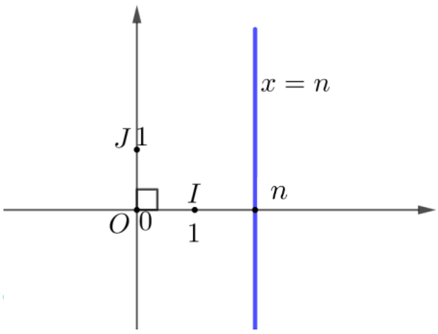


Figure (2)



3/ Condition de l'appartenance d'un point à une droit

a)_ Règle :

Soient (Δ) une droite d'équation réduite : $y = mx + p$ et A un point.

$y_A = mx_A + p$ est équivalent à $A \in (\Delta)$.

b)_ Exemple :

Soit (D) la droite d'équation réduite : $y = -2x + 1$.

Vérifions si les points $A(2;-3)$ *et* $B(-1;4)$ appartiennent à la droite (D) ?

1/ On a : $\begin{cases} y_A = -3 \\ -2x_A + 1 = -2 \times 2 + 1 = -4 + 1 = -3 \end{cases}$

Donc : $y_A = -2x_A + 1$.

D'où : $\boxed{A \in (D)}$.

2/ On a : $\begin{cases} y_B = 4 \\ -2x_B + 1 = -2 \times (-1) + 1 = 2 + 1 = 3 \end{cases}$

Donc : $y_B \neq -2x_B + 1$.

D'où : $\boxed{B \notin (D)}$.

3/ Comment tracer une droite dont on connait l'équation réduite :

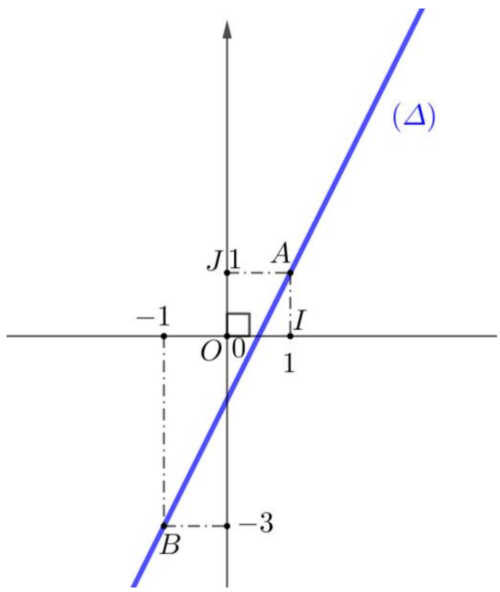
On considère le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;I;J)$.

Traçons la droite (Δ) qui a pour équation réduite : $y = 2x - 1$.

On considère le tableau de valeurs suivant :

(Δ)	x	y	$M(x;y)$
A	1	1	$A(1;1)$
B	-1	-3	$B(-1;-3)$

Donc : $(\Delta) = (AB)$



II_ Comment déterminer l'équation réduite d'une droite :

1/ Equation réduite d'une droite qui passe par deux points connus :

a)_ Propriété du coefficient directeur :

Si $y = mx + p$ est une équation réduite d'une droite (AB), alors :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad avec \quad x_B \neq x_A$$

b)_ Exemple :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;I;J)$, on considère les points $A(2;1)$ et $B(3;-2)$.

Déterminons l'équation réduite de la droite (AB) :

On a : l'équation réduite de la droite (AB) est de la forme : $y = mx + p$.

*/ Cherchons m :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \quad avec \quad x_B \neq x_A.$$

C'est-à-dire : $m = \frac{-2-1}{3-2} = \frac{-3}{1} = -3$.

Donc : $\boxed{y = -3x + p}$

*/ Cherchons p :

On a : $A \in (AB)$, signifie que : $y_A = -3x_A + p$.

C'est-à-dire : $1 = -3 \times 2 + p$

$1 = -6 + p$

$1 + 6 = p$

$7 = p$

D'où : $\boxed{y = -3x + 7}$.

2/ Equation réduite d'une droite dont on connait le coefficient directeur (la pente) et qui passe par un point connu :

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O;I;J)$, on considère le point $A(2;-4)$

Déterminons l'équation réduite de la droite (L), passant par A et qui a pour Coefficient directeur (pente) $\frac{-1}{2}$.

On a : l'équation réduite de la droite (L) est de la forme : $y=\frac{-1}{2}x+p$.

*/ Cherchons p :

On a : $A\in(L)$, signifie que : $y_A=\frac{-1}{2}x_A+p$

C'est-à-dire : $-4=\frac{-1}{2}\times 2+p$

$-4=-1+p$

$-4+1=p$

$-3=p$

D'où : $\boxed{y=\frac{-1}{2}x-3}$.

III_ Droites parallèles et droites perpendiculaires :

1/ Droites parallèles :

a)_ Propriété :

> Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) *et* (Δ).
>
> $(D)//(\Delta)$ est équivalent à $m=m'$

b)_ Exemples :

1/ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (D) d'équation réduite $y=-2x+1$ et les points $A(1;1)$ *et* $B(2;-1)$.

*/ Vérifions si $(D)//(AB)$

Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) et (AB).

On a : $\begin{cases} m=-2 \\ m'=\frac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=\frac{-1-1}{2-1}=\frac{-2}{1}=-2 \end{cases}$

Donc : $m=m'$.

D'où : $(D)//(AB)$.

2/ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (D) d'équation réduite $y=3x-1$.

*/ Déterminons l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par le point $E(2;-1)$ et qui est parallèle à la droite (D).

On a : l'équation réduite de la droite (Δ) est de la forme : $y=mx+p$.

*/ Cherchons m :

Soit m' le coefficient directeur de la droite (D).

Donc : $m' = 3$

Et puisque $(D)//(\Delta)$, alors : $m = m'$.

Donc : $m = 3$.

D'où : $\boxed{y = 3x + p}$

*/ Cherchons p :

On sait que la droite (Δ) passe par le point $E(2\,;-1)$.

Donc : $y_E = 3x_E + p$

C'est-à-dire : $-1 = 3\times 2 + p$

$-1 = 6 + p$

$-1 - 6 = p$

$-7 = p$

D'où : $\boxed{y = 3x - 7}$

2/ Droites perpendiculaires :

a)_ Propriété :

Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) *et* (Δ).

$(D)\perp(\Delta)$ est équivalent à $m\times m' = -1$

b)_ Exemples :

1/ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (D) d'équation réduite $y = 2x - 3$ et les points $A(4\,;-1)$ *et* $B(2\,;\,0)$.

*/ Vérifions si $(D)\perp(\Delta)$.

Soient m et m' les coefficients directeurs respectifs des droites (D) et (AB).

On a : $\begin{cases} m = 2 \\ m' = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \dfrac{0+1}{2-4} = \dfrac{1}{-2} \end{cases}$

Donc : $m\times m' = 2\times\dfrac{-1}{2} = \dfrac{-2}{2} = -1$.

D'où : $(D)\perp(\Delta)$.

2/ Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère la droite (D) d'équation réduite $y = -3x + 1$.

*/ Déterminons l'équation réduite de la droite (Δ) qui passe par le point $E(2\,;\,1)$ et qui est perpendiculaire à la droite (D).

On a : l'équation réduite de la droite (Δ) est de la forme : $y = mx + p$.

*/ Cherchons m :

Soit m' le coefficient directeur de la droite (D).

Donc : $m' = -3$

Et puisque $(D) \perp (\Delta)$, alors : $m \times m' = -1$.

C'est à dire : $m \times (-3) = -1$.

Donc : $m = \dfrac{-1}{-3} = \dfrac{1}{3}$

D'où : $\boxed{y = \dfrac{1}{3}x + p}$

*/ Cherchons p :

On sait que la droite (Δ) passe par le point $E(2\,;\,1)$.

Donc : $y_E = \dfrac{1}{3}x_E + p$

C'est-à-dire : $1 = \dfrac{1}{3} \times 2 + p$

$$1 = \frac{2}{3} + p$$

$$1 - \frac{2}{3} = p$$

$$\frac{3-2}{3} = p$$

$$\frac{1}{3} = p$$

D'où : $\boxed{y = \dfrac{1}{3}x - \dfrac{1}{3}}$