Calcul littéral

I Expression littérale

Définition ***Une expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres. Ces lettres désignent des nombres.*

Exemple :

- ***L'aire d'un carré de côté** a **s'exprime avec l'expression littérale :** $\mathcal{A} = a \times a$.*
  ***On dit aussi que l'aire du carré s'exprime en fonction de** a.*

Propriété ***Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le signe** $\times$ **devant une lettre ou une parenthèse.***

Exemple :

- ***L'expression 3 $\times$ (n + 1) peut s'écrire plus simplement sous la forme : 3(n + 1).***

II Simplifier une expression

1 Réduire une expression littérale

Définition ***Réduire une expression littérale, c'est l'écrire sous la forme d'une somme comportant le moins de termes possibles.***

Exemple : ***On veut réduire chacune des expressions suivantes.***

$F = 3x - 8 + 2x$

$F = 3x + 2x - 8$

$F = x(3 + 2) - 8$

$F = 5x - 8$

2 Supprimer les parenthèses

Propriété ***L'opposé d'une somme algébrique*** **est égal à la somme des opposés de chacun de ses termes.**

Exemple : ***On veut supprimer les parenthèses dans l'expression*** **$H = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$.**

$H = 3x - (-2x^2 - 5x + 4)$

$H = 3x + (+2x^2) + (+5x) + (-4)$ ⟶ ***On additionne les opposés.***

$H = 3x + 2x^2 + 5x - 4$ ⟶ ***On simplifie l'expression.***

$H = 2x^2 + 8x - 4$ ⟶ ***On réduit***

Exercice d'application 1 :

Réduire les expressions suivantes :

$$A = t - 3 + 3t + 7 \quad ; \quad B = 2y - 8y + 1$$

$$C = 4a^2 + 5 - 3a^2 - 2$$

$$D = 5x^2 - 3x + 2x^2 - 1 + 4x + 5$$

III Distributivité

1 Développement :

Définition ***Développer** une expression, c'est l'écrire sous la forme d'une **somme algébrique.***

Propriété ***Pour tous nombres rationnels** k, a **et** b :*

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

***Exemples :** On souhaite développer chacune des expressions suivantes.*

$A = 7(x + 3)$	$B = -3(y - 2)$	$C = 3z(5 + z)$		
$A = 7 \times (x + 3)$	$B = -3 \times (y - 2)$	$C = 3z \times (5 + z)$	$\longrightarrow$	**On replace le signe $\times$.**
$A = 7 \times x + 7 \times 3$	$B = (-3) \times y - (-3) \times 2$	$C = 3z \times 5 + 3z \times z$	$\longrightarrow$	**On distribue.**
$A = 7x + 21$	$B = -3y + 6$	$C = 15z + 3z^2$	$\longrightarrow$	**On calcule et on simplifie.**

2 Double distributivité :

Propriété ***Pour tous nombres rationnels** a, b, c **et** d :*

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

***Exemples :** On veut développer, puis réduire chacune des expressions suivantes.*

$I = (3x + 1)(x + 4)$	$\longrightarrow$	***On applique la double distributivité.***
$I = 3x \times x + 3x \times 4 + 1 \times x + 1 \times 4$	$\longrightarrow$	***On calcule les produits.***
$I = 3x^2 + 12x + x + 4$	$\longrightarrow$	***On simplifie.***
$I = 3x^2 + 13x + 4$	$\longrightarrow$	***On réduit.***

$J = (-3x + 5)(2x - 4)$

$J = (-3x) \times 2x + (-3x) \times (-4) + 5 \times 2x + 5 \times (-4)$

$J = -6x^2 + 12x + 10x + (-20)$

$J = -6x^2 + 22x - 20$

Exercice d'application 2 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$\boldsymbol{A = 2(1 - x)} \quad ; \quad \boldsymbol{B = x(x + 4)}$$

$$\boldsymbol{C = (x + 5)\,(x - 3)} \quad ; \quad \boldsymbol{D = 3x(2x + 5)}$$

$$\boldsymbol{E = (-4 + x)\,(8x + 6)}$$

$$\boldsymbol{F = 3(1 - 2x) + 3(x - 1)}$$

3 Factorisation :

Définition ***Factoriser une expression, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.***

Propriété ***Pour tous nombres rationnels*** k, a **et** b **:**

$$k \times a + k \times b = k \times (a + b)$$

$$k \times a - k \times b = k \times (a - b)$$

Exemples : ***On veut factoriser chacune des expressions suivantes.***

$D = 14x - 21$	$E = 6y - 15y^2$	
$D = 7 \times 2x - 7 \times 3$	$E = 3y \times 2 + 3y \times 5y$	→ **On met en évidence le facteur commun.**
$D = 7 \times (2x - 3)$	$E = 3y \times (2 + 5y)$	→ **On met en facteur ce nombre puis on regroupe les facteurs restants.**
$D = 7(2x - 3)$	$E = 3y(2 + 5y)$	→ **On supprime le signe ×.**

Exercice d'application 3 :

Factoriser **les expressions suivantes :**

$$\boldsymbol{A = 2x - 8} \quad ; \quad \boldsymbol{B = 5y + y^2}$$

$$\boldsymbol{C = 6a + ax} \quad ; \quad \boldsymbol{D = -4x^2 + 8x}$$

IV Les identités remarquables

Propriété **Pour tous nombres rationnels** a et b:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

Exemples :

1- $(x+4)^2 = x^2 + 2 \times x \times 4 + 4^2$

$= x^2 + 8x + 16$

2- $(6 - x)^2 = 6^2 - 2 \times 6 \times x + x^2$

$= 36 - 12x + x^2$

3- $(x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2$

$= x^2 - 9$

Exercice d'application 4 :

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (t + 4)^2 \quad ; \quad B = (2a - 5)^2$$

$$C = \left(\frac{2}{3}x - 8\right)\left(\frac{2}{3}x + 8\right)$$