Maths facile Prof: abdelmalek	**Triangle rectangle et trigonométrie** prof abdelmalek **Mathématiques** **3ASC**	

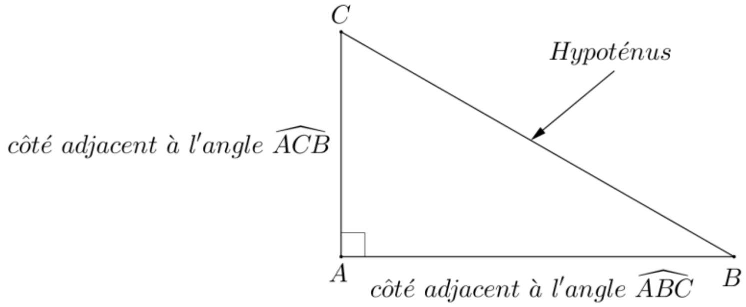
I_ Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu dans un triangle rectangle :

1/ Cosinus :

a)_ Propriété :

Dans un triangle rectangle le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

b)_ Vocabulaire :



c)_ Notations :

ABC est un triangle rectangle en A

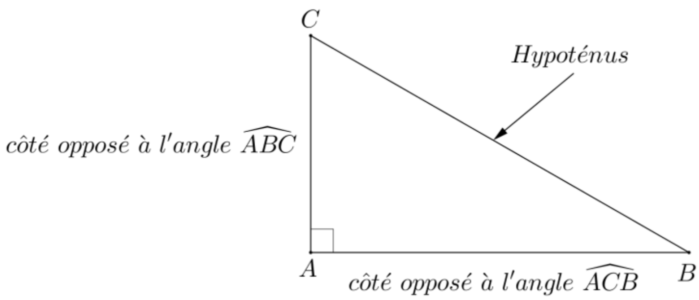
$$\cos \hat{ABC} = \frac{AB}{BC} \quad ; \quad \cos \hat{ACB} = \frac{AC}{BC}$$

2/ Sinus :

a)_ Propriété :

Dans un triangle rectangle le sinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.

b)_ Vocabulaire :



c)_ Notations :

ABC est un triangle rectangle en A

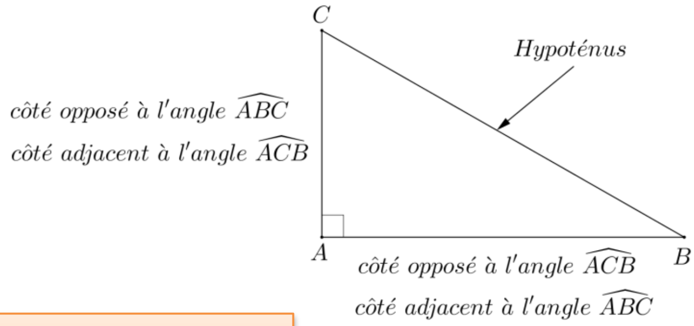
$$\sin \hat{ABC} = \frac{AC}{BC} \quad ; \quad \sin \hat{ACB} = \frac{AB}{BC}$$

3/ Tangente :

a)_ Propriété :

Dans un triangle rectangle la tangente d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de son côté adjacent.

b)_ Vocabulaire :



c)_ Notations :

ABC est un triangle rectangle en A

$$\tan A\hat{B}C = \frac{AC}{AB} \quad ; \quad \tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

4/ Propriété :

Si x désigne la mesure d'un angle aigu non nul, alors :

$$0 < \cos x < 1 \quad \text{et} \quad 0 < \sin x < 1$$

*/ Exercice d'application :

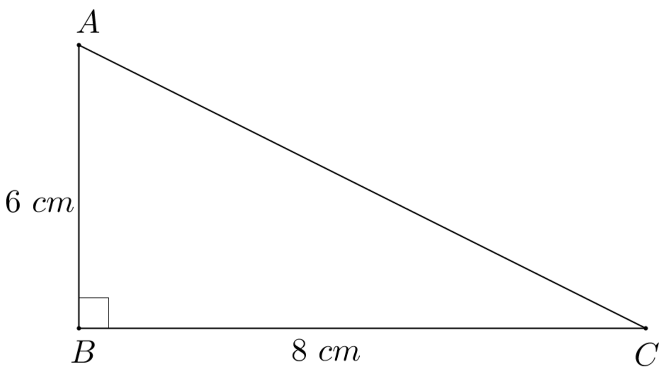
Soit ABC un triangle rectangle en B tel que : $AB = 6\,cm$ et $BC = 8\,cm$.

1/ Tracer la figure.

2/ Calculer : $\cos A\hat{C}B$, $\sin A\hat{C}B$ et $\tan A\hat{C}B$.

*/ Solution :

1/ La figure :



2/ a_ Calculons $\cos A\hat{C}B$.

On sait que ABC est un triangle rectangle en B.

Donc : $\cos A\hat{C}B = \dfrac{BC}{AC}$

C'est-à-dire : $\cos ACB = \dfrac{8}{AC}$.

** Calculons AC :

Puisque ABC est un triangle rectangle en B, alors d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

C'est-à-dire : $AC^2 = 6^2 + 8^2$

$= 36 + 64$

$= 100$

Et puisque $AC > 0$, alors $AC = \sqrt{100}\ cm$

$= 10\ cm$

D'où : $\boxed{\cos A\hat{C}B = \dfrac{8}{10} = 0,8}$.

b_ Calculons $\sin A\hat{C}B$:

On a : $\sin A\hat{C}B = \dfrac{AB}{AC}$

C'est-à-dire : $\boxed{\sin A\hat{C}B = \dfrac{6}{10} = 0,6}$.

c_ Calculons $\tan A\hat{C}B$:

On a : $\tan A\hat{C}B = \dfrac{AB}{BC}$

C'est-à-dire : $\boxed{\tan ACB = \dfrac{6}{8} = 0,75}$.

II_ Formules trigonométriques :

1/ Propriété 1 :

Si x désigne la mesure d'un angle aigu non nul, alors :

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ et $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

*/ Exercice d'application :

Soit α la mesure d'un angle aigu tel que : $\cos\alpha = \frac{2}{3}$.

1/ Calculer $\sin\alpha$.

2/ Calculer $\tan\alpha$.

*/ Solution :

1/ Calculons $\sin\alpha$:

On sait que $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$

Donc : $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

C'est-à-dire : $\sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$

$$= 1 - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{9}{9} - \frac{4}{9}$$

$$= \frac{5}{9}$$

Et puisque $0 < \sin\alpha < 1$, alors : $\sin\alpha = \sqrt{\frac{5}{9}}$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3}$$

Donc : $\boxed{\sin\alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}}$.

2/ Calculons $\tan\alpha$:

On sait que : $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

C'est-à-dire : $\tan\alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{\frac{2}{3}}$

$$= \frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{3}{2}$$

$$= \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Donc : $\boxed{\tan\alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}}$.

2/ Propriété 2 :

Si x et y désignent les mesures d'angles aigus non nuls tels que $x+y=90^\circ$, alors :

$$\cos x = \sin y \quad , \quad \sin x = \cos y \quad \text{et} \quad \tan x = \frac{1}{\tan y}$$

3/ Angles particuliers :

x	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Indéterminé

*/ Exercice d'application :

Calculer :

$$A = 2\cos 15^\circ + \cos^2 36^\circ - 2\sin 75^\circ + \cos^2 54^\circ$$

$$B = \tan 73^\circ \times \tan 17^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ$$

$$C = \sqrt{2}\cos 45^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ + \sqrt{3}\tan 30^\circ$$

*/ Solution :

*/ Calculons $A = 2\cos 15^\circ + \cos^2 36^\circ - 2\sin 75^\circ + \cos^2 54^\circ$:

On a : $\begin{cases} 15^\circ + 75^\circ = 90^\circ \\ 36^\circ + 54^\circ = 90^\circ \end{cases}$.

Donc : $\begin{cases} \cos 15^\circ = \sin 75^\circ \\ \cos 36^\circ = \sin 54^\circ \end{cases}$

D'où :
$$\begin{aligned} A &= 2\sin 75^\circ + \sin^2 36^\circ - 2\sin 75^\circ + \cos^2 54^\circ \\ &= 2\sin 75^\circ - 2\sin 75^\circ + \left(\sin^2 54^\circ + \cos^2 54^\circ\right) \\ &= 0 + 1 \\ &= 1 \end{aligned}$$

*/ Calculons $B=\tan 73^\circ \times \tan 17^\circ - \sin^2 40^\circ - \sin^2 50^\circ$:

On a : $\begin{cases} 73^\circ + 17^\circ = 90^\circ \\ 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ \end{cases}$

Donc : $\begin{cases} \tan 73^\circ = \dfrac{1}{\tan 17^\circ} \\ \sin 40^\circ = \cos 50^\circ \end{cases}$

D'où : $B=\dfrac{1}{\tan 17^\circ}\times \tan 17^\circ - \cos^2 50^\circ - \sin^2 50^\circ$

$$=1-\left(\cos^2 50^\circ + \sin^2 50^\circ\right)$$
$$=1-1$$
$$=0$$

*/ Calculons $C=\sqrt{2}\cos 45^\circ + \sin^2 30^\circ + \sin^2 60^\circ + \sqrt{3}\tan 30^\circ$:

On sait que : $\begin{cases} \cos 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2} \\ \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

Donc : $C=\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$$=\frac{\sqrt{2}^2}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{\sqrt{3}^2}{3}$$
$$=\frac{2}{2}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+\frac{3}{3}$$
$$=1+\frac{1+3}{4}+1$$
$$=1+\frac{4}{4}+1$$
$$=1+1+1$$
$$=3$$

prof abdelmalek