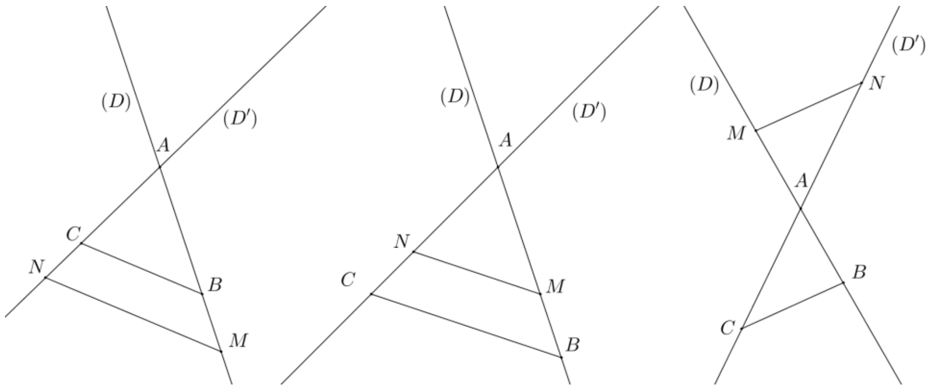
	Théorème de Thalès	
	3ASC	
	Mathématiques	

I_ Théorème de Thalès :

1/ Exemple :

Soient (D) et (D') deux droites sécantes en A.

Soient B et M deux points de la droite (D) distincts du point A et soient C et N deux points de la droite (D') distincts du point A tels que : $(BC)\ //(MN)$.



Dans les trois cas on aura : $\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{AC}{AN}=\dfrac{BC}{MN}$ ou $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

2/ Propriété : (Théorème de Thalès)

> Soient (D) et (D') deux droites sécantes en A.
>
> Soient B et M deux points de la droite (D) distincts du point A
>
> et soient C et N deux points de la droite (D') distincts du point A.
>
> Si $(BC)\ //(MN)$, alors $\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{AC}{AN}=\dfrac{BC}{MN}$ ou $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

** Remarque :

On utilise le Théorème de Thalès pour calculer les longueurs et comparer ou calculer des rapports de longueurs.

3/ Application de Théorème de Thalès sur le triangle :

> Soit ABC un triangle et soient M un point de (AB) distinct de A et B,
>
> et N un point de (AC) distinct de A et C.
>
> Si $(BC)\ //(MN)$, alors $\dfrac{AB}{AM}=\dfrac{AC}{AN}=\dfrac{BC}{MN}$ ou $\dfrac{AM}{AB}=\dfrac{AN}{AC}=\dfrac{MN}{BC}$

** Exercice d'application :

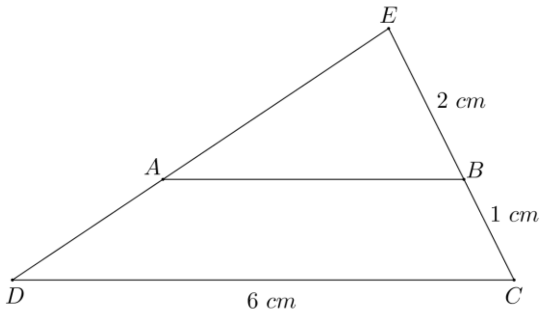
On considère la figure ci-contre telle que :

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$

$EB = 2\,cm$, $BC = 1\,cm$ et $DC = 6\,cm$.

1/ Montrer que : $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{2}{3}$.

2/ En déduire la longueur AB.



** Solution :

1/ Montrons que $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{2}{3}$.

*Montrons d'abord que $(AB)\,//(DC)$.

On sait que $ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$.

Donc : $(AB)\,//(DC)$.

On considère le triangle EDC.

On a : $\begin{cases} A \in (ED) \\ B \in (EC) \end{cases}$, et puisque $(AB)\,//(DC)$, alors : $\dfrac{EA}{ED} = \dfrac{EB}{EC} = \dfrac{AB}{DC}$.

D'où : $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{EB}{EC}$. C'est-à-dire : $\boxed{\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{2}{3}}$.

2/ Déduisons la longueur AB.

On sait que $\dfrac{AB}{DC} = \dfrac{2}{3}$ et que $DC = 6\,cm$.

Donc : $\dfrac{AB}{6} = \dfrac{2}{3}$, signifie que : $AB = \dfrac{6 \times 2}{3} = \dfrac{12}{3}$.

D'où : $\boxed{AB = 4\,cm}$.

II_ La réciproque du théorème de Thalès :

1/ Propriété : (La réciproque du théorème de Thalès)

Soient (D) et (D') deux droites sécantes en A.

Soient B et M deux points de la droite (D) distincts du point A

et soient C et N deux points de la droite (D') distincts du point A.

Si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ ou $\dfrac{AB}{AM} = \dfrac{AC}{AN}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, alors $(BC)\,//(MN)$.

** Remarque :

On utilise la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer que deux droites sont parallèles.

3/ Application de Théorème de Thalès sur le triangle :

Soit ABC un triangle et soient M un point de (AB) distinct de A et B, et N un point de (AC) distinct de A et C.

Si $\frac{AB}{AM}=\frac{AC}{AN}$ ou $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ et si les points A, B, M et les points A, C, N sont alignés dans le même ordre, alors $(BC)\,//\,(MN)$.

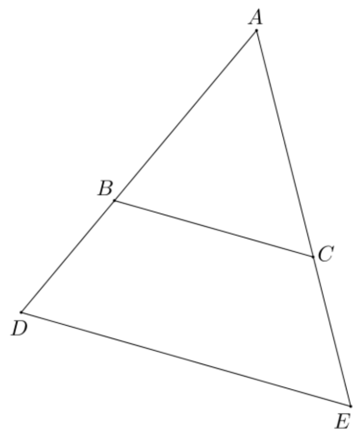
** Exercice d'application :

On considère la figure ci-contre telle que

$AD=21\,cm$, $\mathrm{AB}=14\,\mathrm{cm}$

$\mathrm{AE}=33\,\mathrm{cm}$ et $\mathrm{CE}=11\,\mathrm{cm}$

Démontrer que : $(DE)\,//\,(BC)$.



** Solution :

Démontrons que : $(DE)\,//\,(BC)$.

*Montrons d'abord que $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$.

On a : $\begin{cases} \frac{AB}{AD}=\frac{14}{21}=\frac{2}{3} \\ \frac{AC}{AE}=\frac{33-11}{33}=\frac{22}{33}=\frac{2}{3} \end{cases}$

Donc : $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$.

On considère le triangle ADE.

On a : $\begin{cases} B\in(AD) \\ C\in(AE) \end{cases}$, et puisque $\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ et que les points A, B, D et les points A, C, E sont alignés dans le même ordre, alors $(DE)\,//\,(BC)$.