

I_ Vocabulaires :

1/ Expression algébrique :

a)_ Définition :

On appelle **expression algébrique**, toute expression contenant à la fois des chiffres et des lettres.

b)_ Exemples :

on considère les expressions algébriques suivantes :

$$A = 2x^4 + \frac{2}{3}x^2 - x\sqrt{3} + 1 \quad ; \quad B = (2x^2 + 3)(-4x - 1)$$

2/ Expression numérique :

a)_ Définition :

On appelle **expression numérique**, toute expression ne contenant que des chiffres.

b)_ Exemples :

on considère les expressions numériques suivantes :

$$C = 2\sqrt{7} + \frac{1}{2} - 11,5 + 17 \quad ; \quad D = \left(2\sqrt{3} - \frac{11}{3}\right) \left(11 - \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{7}} + 1\right)$$

3/ Somme algébrique :

a)_ Définition :

On appelle **somme algébrique**, toute expression algébrique ne contenant aucune parenthèse et écrite sous la forme d'une suite d'additions et de soustractions de nombres .

b)_ Exemples :

on considère les sommes algébriques suivantes :

$$E = 3x^2 + x\sqrt{3} - 11 \quad ; \quad F = x^5\sqrt{2} - 4x^3 + 2x^2 - \frac{1}{2}x + \sqrt{7}$$

4/ Réduire une expression algébrique :

a)_ Définition :

Réduire une expression algébrique, c'est la simplifier en regroupant les termes qui se ressemblent du plus petit au plus grand exposant.

b)_ Exemples :

Réduisons les expressions algébriques suivantes :

$$G = 3x^2 - 2x + 4 - 5x^2 + 1 + 7x + x^3 \quad \text{et} \quad H = 3x - 2x^3 + 2x + x^3 - 11 - 5x + 7$$

On a :

$$\begin{aligned} G &= 3x^2 - 2x + 4 - 5x^2 + 1 + 7x + x^3 & ; & & H &= 3x - 2x^3 + 2x + x^3 - 11 - 5x + 7 \\ &= x^3 + 3x^2 - 5x^2 - 2x + 7x + 4 + 1 & & & &= -2x^3 + x^3 + 3x + 2x - 5x - 11 + 7 \\ &= x^3 - 2x^2 + 5x + 5 & & & &= -x^3 + 0x - 4 \\ & & & & &= -x^3 - 4 \end{aligned}$$

II Développement :

1/ Définition :

Développer une expression algébrique, c'est la transformer en une somme algébrique.

2/ Propriétés :

Soient a, b, c, d et k des nombres réels.

$$k(a + b) = (a + b) \times k = ka + kb$$

$$k(a - b) = (a - b) \times k = ka - kb$$

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

3/ Exemples :

Développons puis réduisons lorsque c'est possible les expressions suivantes :

$$A = 2x(1 - 3x) \quad ; \quad B = (4x + 5) \times (-3x)$$

$$= 2x - 6x^2 \quad \quad \quad = -12x^2 - 15x$$

$$C = 3x(2x^2 - x + 2) - 5(3x^2 + 4x - 5) \quad ; \quad D = (3x - 1)(4 + x)$$

$$= 6x^3 - 3x^2 + 6x - 15x^2 - 20x + 25 \quad \quad \quad = 12x + 3x^2 - 4 - x$$

$$= 6x^3 - 3x^2 - 15x^2 + 6x - 20x + 25 \quad \quad \quad = 3x^2 + 12x - x - 4$$

$$= 6x^3 - 18x^2 - 14x + 25 \quad \quad \quad = 3x^2 + 11x - 4$$

4/ Développement et identités remarquables :

a)_ Propriétés :

Soient a et b deux nombres réels.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

b)_ Exemples :

$$(3x + \sqrt{2})^2 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2 \quad ; \quad (1 - x\sqrt{3})^2 = 1^2 - 2 \times 1 \times x\sqrt{3} + (x\sqrt{3})^2$$
$$= 9x^2 + 6x\sqrt{2} + 2 \quad \quad \quad = 1 - 2x\sqrt{3} + 3x^2$$

$$(2x - \sqrt{5})(2x + \sqrt{5}) = (2x)^2 - \sqrt{5}^2$$
$$= 4x^2 - 5$$

III_ Factorisation :

1/ Définition :

Factoriser une expression algébrique, c'est la transformer en un produit de sommes algébriques.

2/ Propriétés :

Soient a, b, c, d et k des nombres réels.

$$ka + kb = k(a + b) = (a + b) \times k$$

$$ka - kb = k(a - b) = (a - b) \times k$$

$$ac + ad + bc + bd = (a + b)(c + d)$$

Remarque importante :

Pour factoriser une expression algébrique on cherche le facteur commun

3/ Exemples :

Factorisons les expressions suivantes :

$$A = 2x + 4 \quad ; \quad B = 3x^2 - 9x$$
$$= 2 \times x + 2 \times 2 \quad \quad \quad = 3x \times x - 3x \times 3$$
$$= 2(x + 2) \quad \quad \quad = 3x(x - 3)$$

$$C = 3x(2x + 1) - 5(2x + 1) \quad ; \quad D = (x + 3)^2 + 2x(x + 3) - (x + 3)$$
$$= (2x + 1)(3x - 5) \quad \quad \quad = (x + 3)(x + 3) + 2x(x + 3) - (x + 3)$$
$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad = (x + 3)(x + 3 + 2x - 1)$$
$$\quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad = (x + 3)(3x + 2)$$

4/ Factorisation et identités remarquables :

a)_ Propriétés :

Soient a et b deux nombres réels.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

b)_ Exemples :

$$A = 4x^2 + 12x + 9$$

$$= (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2$$

$$= (2x + 3)^2$$

;

$$B = 49x^2 - 28x + 4$$

$$= (7x)^2 - 2 \times 7x \times 2 + 2^2$$

$$= (7x - 2)^2$$

$$C = 16 - 25x^2$$

$$= 4^2 - (5x)^2$$

$$= (4 - 5x)(4 + 5x)$$